Tracção Eléctrica

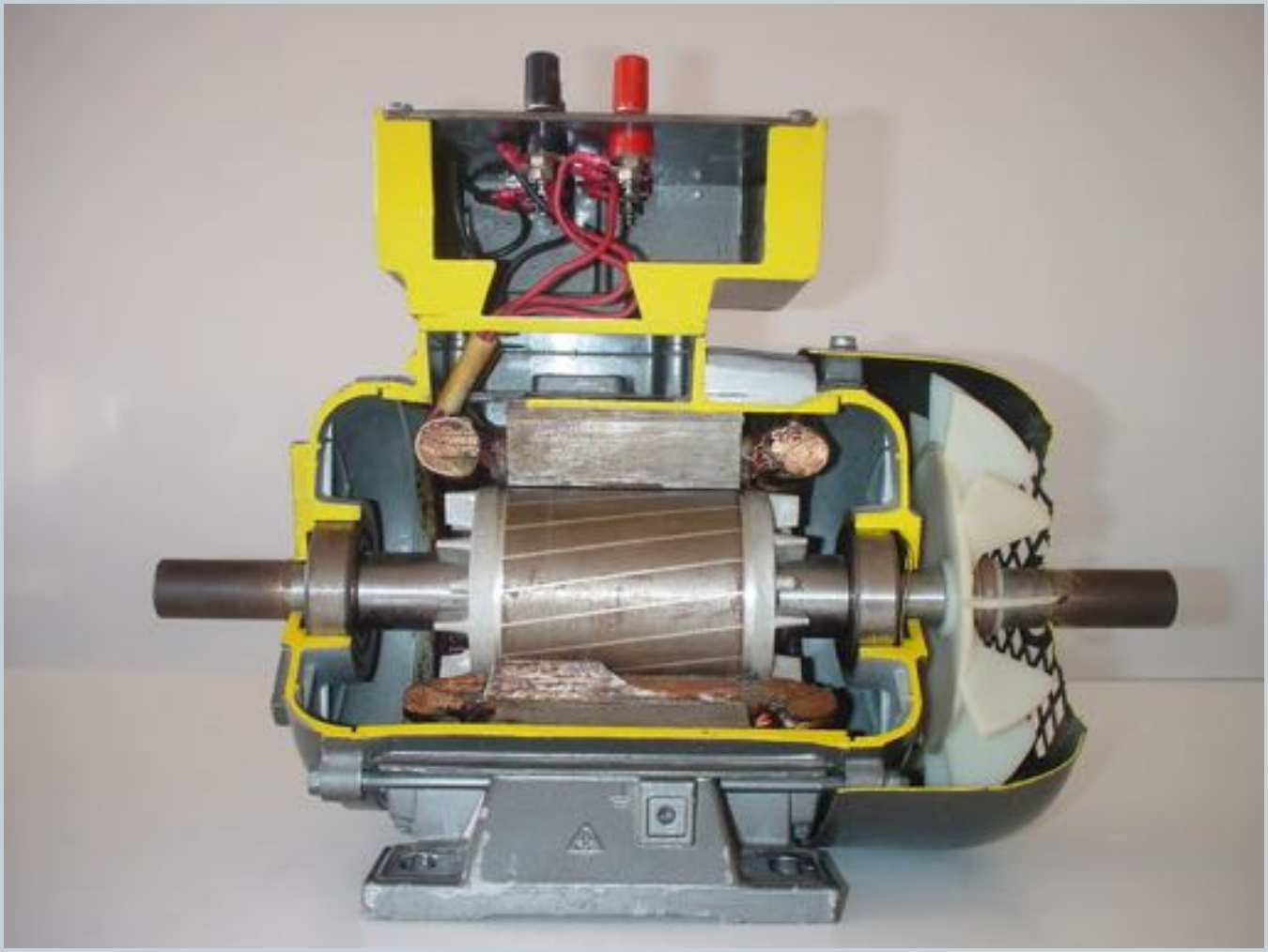
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

JOÃO MARTINS

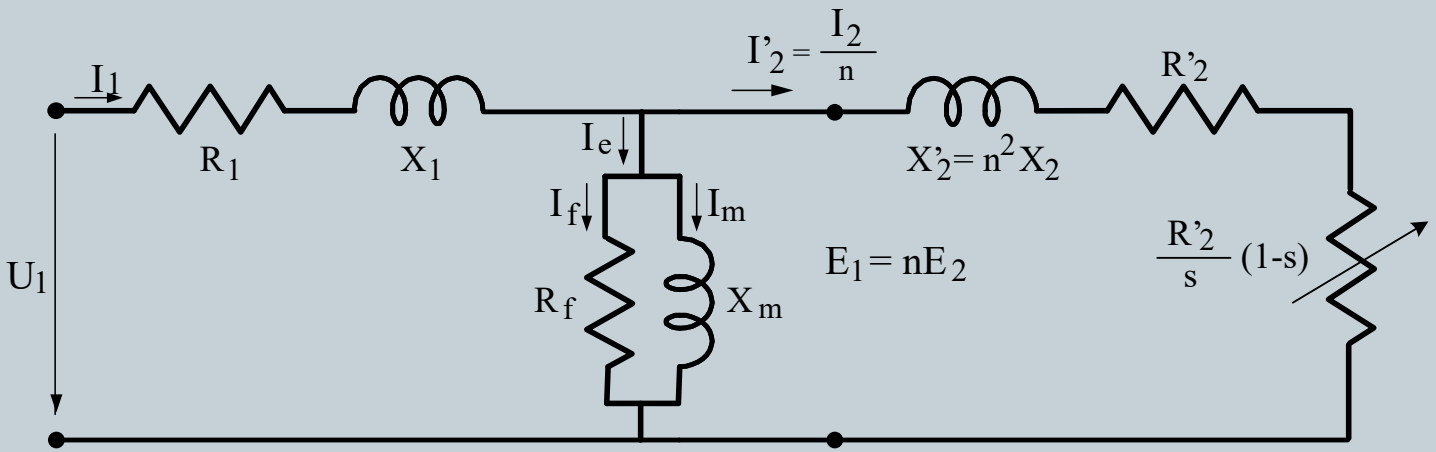
MÁQUINA AC

2018/2019

Tracção eléctrica em corrente alterna

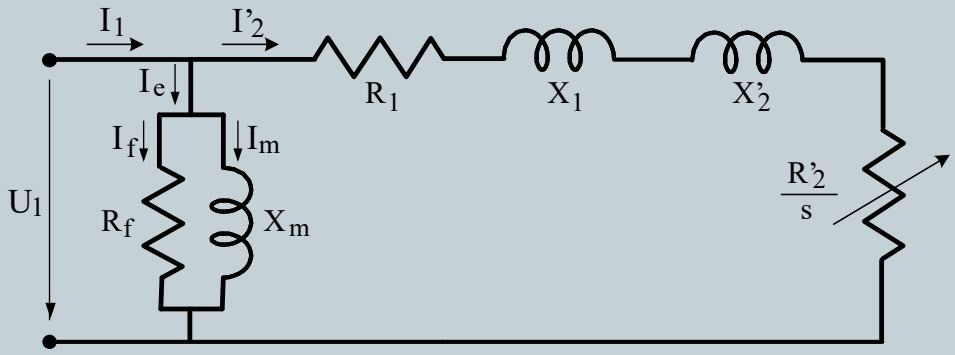


Esquema equivalente (por fase)

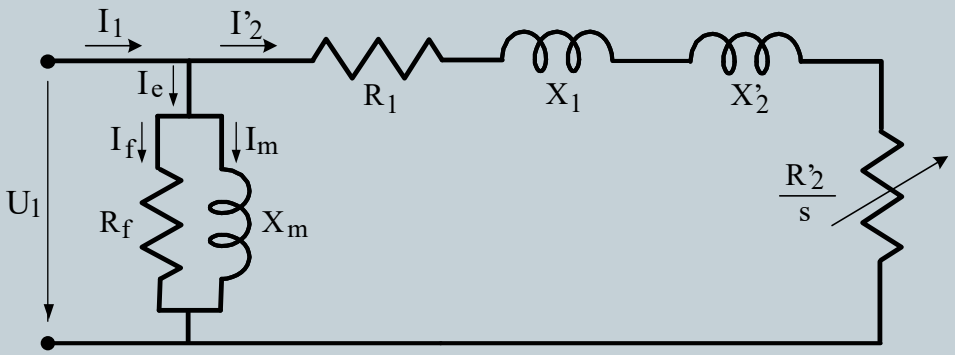


Tracção eléctrica com motores assíncronos

Desprezando as quedas de tensão no estator...



Tracção eléctrica com motores assíncronos

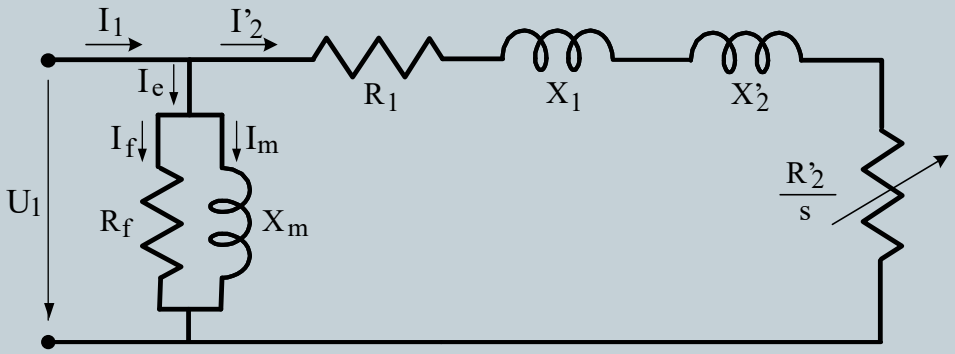


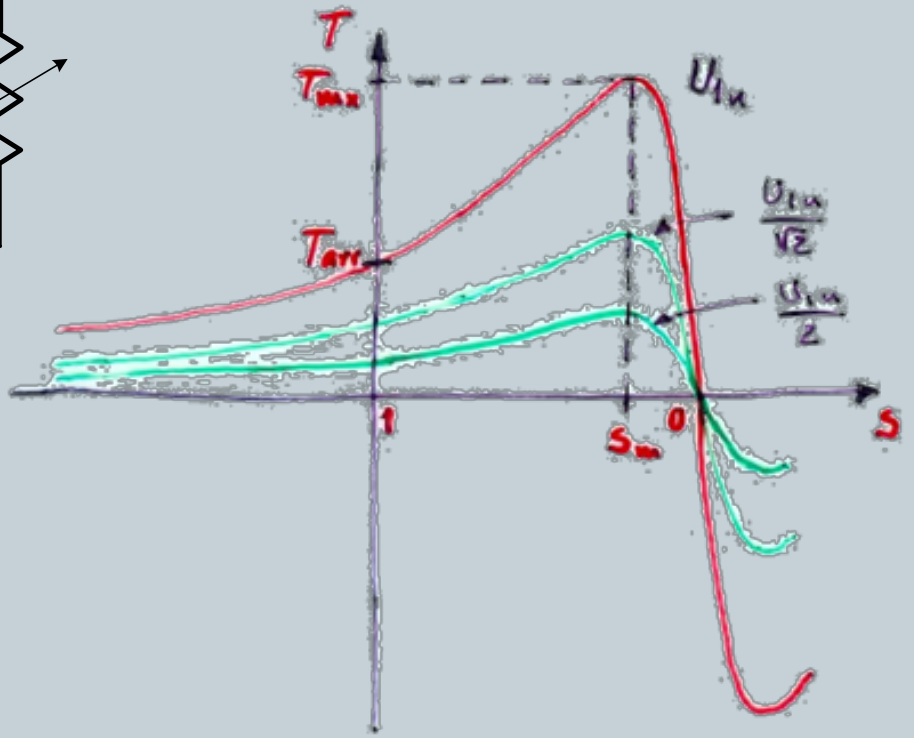
$$I_2' = \frac{U_1}{\left[\left(R_1 + R_2'/s\right)^2 + \left(X_1 + X_2'\right)^2\right]^{1/2}}$$

$$T_m = 3\frac{R'_2}{s\,\omega_s} I'^2_2$$

$$T_m = 3\frac{R_2'}{s\,\omega_s}\frac{U_1^2}{\left(R_1 + R_2'/s\right)^2 + \left(X_1 + X_2'\right)^2}$$

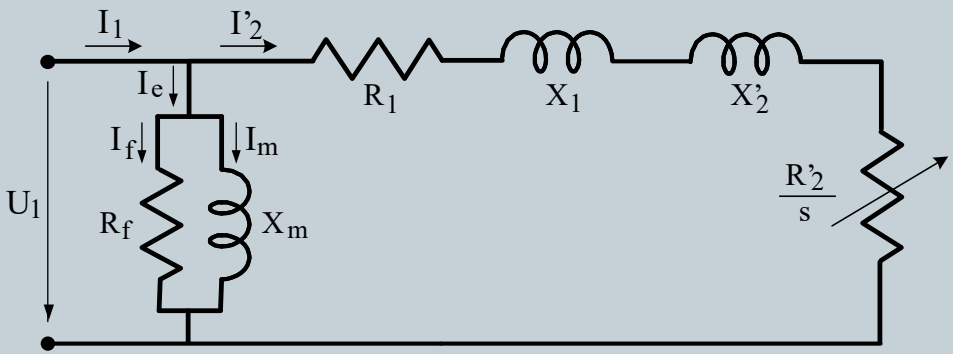
Tracção eléctrica com motores assíncronos

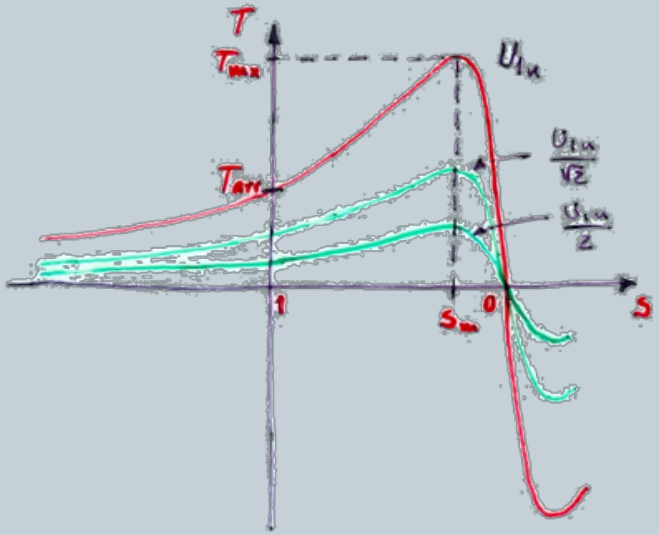




$$T_m = 3\frac{R_2'}{s\,\omega_s}\frac{U_1^2}{\left(R_1 + R_2'/s\right)^2 + \left(X_1 + X_2'\right)^2}$$

Tracção eléctrica com motores assíncronos



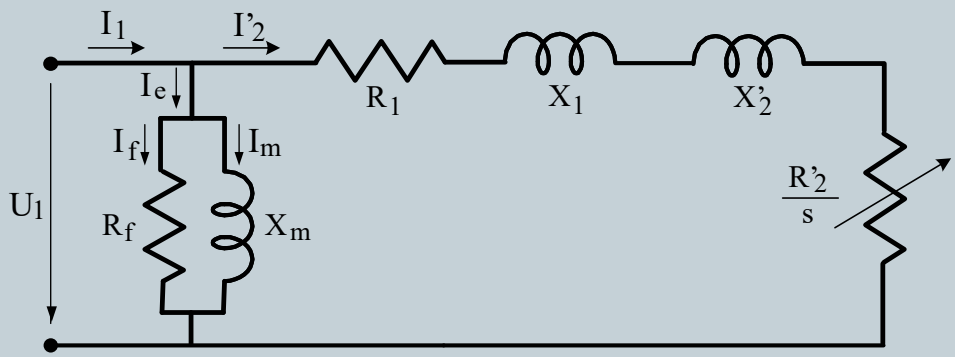


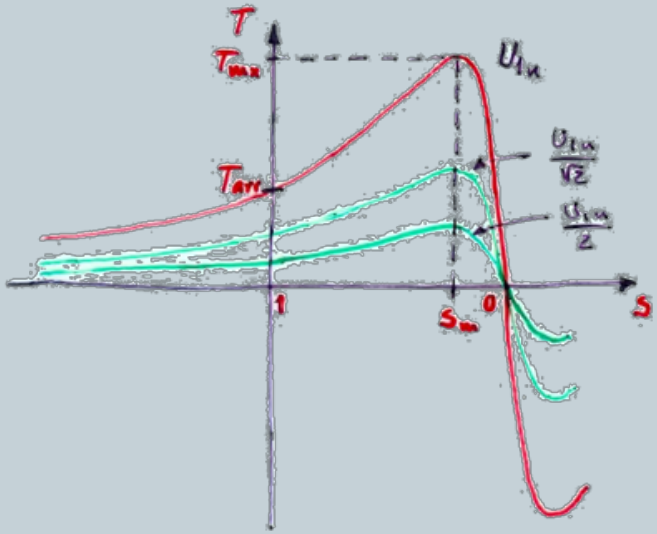
$$T_{arr} = 3\frac{R_2^{'}}{\omega_s}\frac{U_1^2}{\left(R_1+R_2^{'}\right)^2+\left(X_1+X_2^{'}\right)^2}$$

$$T_{mx} = \frac{3}{2\omega_s}\frac{U_1^2}{R_1+\sqrt{R_1^2+\left(X_1+X_2^{'}\right)^2}}$$

$$s_{mx} = \frac{R_2^{'}}{\sqrt{R_1^2+\left(X_1+X_2^{'}\right)^2}}$$

Tracção eléctrica com motores assíncronos



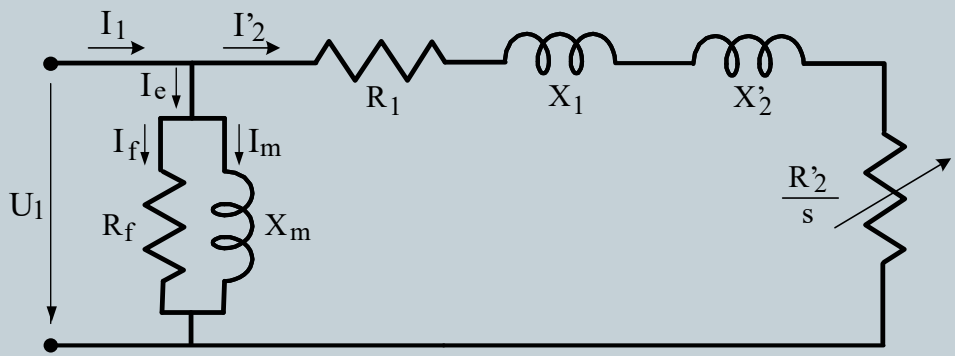


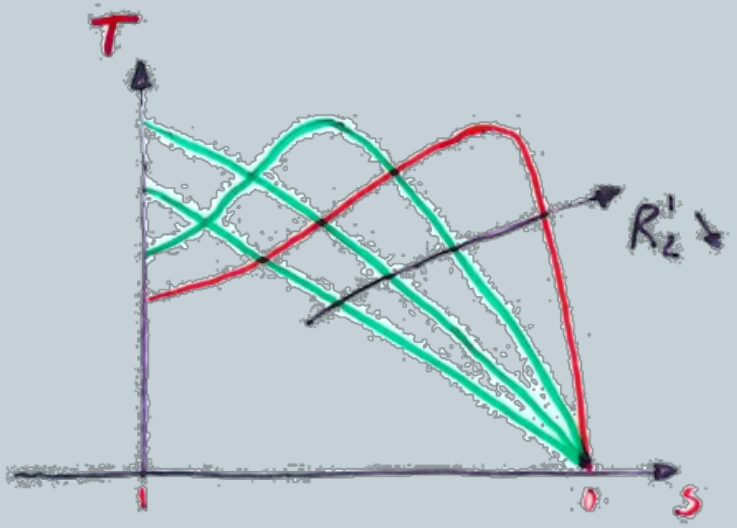
Verifica-se que o binário máximo não depende da resistência rotórica, no entanto influencia o valor da velocidade a que ocorre esse máximo.

$$T_{mx} = \frac{3}{2\omega_s} \frac{U_1^2}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + \left(X_1 + X_2^{'}\right)^2}}$$

$$s_{mx} = \frac{R_2^{'}}{\sqrt{R_1^2 + \left(X_1 + X_2^{'}\right)^2}}$$

Tracção eléctrica com motores assíncronos





Verifica-se que o binário máximo não depende da resistência rotórica, no entanto influencia o valor da velocidade a que ocorre esse máximo.

$$T_{mx} = \frac{3}{2\omega_s} \frac{U_1^2}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + \left(X_1 + X_2^{'}\right)^2}}$$

$$s_{mx} = \frac{R_2^{'}}{\sqrt{R_1^2 + \left(X_1 + X_2^{'}\right)^2}}$$

Tracção eléctrica com motores assíncronos
Arranque

• **Directo** – efectuado com a aplicação da tensão nominal, dá origem a correntes muito elevadas (pode atingir 6 vezes o valor nominal). O binário de arranque vem inferior ao binário máximo. Este método aplica-se normalmente a motores de pequena potência.

• **Estrela-Triângulo** – consiste em ligar inicialmente os enrolamentos em estrela e depois em triângulo. A tensão aplicada a cada fase, durante a ligação em estrela, vem reduzida para $1/\sqrt{3}$ do valor nominal, fazendo com que a corrente de arranque se reduza para 1/3 relativamente ao arranque directo. Tem a desvantagem de reduzir o binário de arranque também para 1/3 em relação ao arranque directo.

• **Auto-transformador** – semelhante, em termos de princípio, ao arranque estrela-triângulo, mas com a possibilidade de ajustar, reduzindo, o valor da corrente de arranque (e também do binário) em relação ao arranque directo. Tem a desvantagem, para além do custo do auto-transformador, de apenas dever ser utilizado em arranques em que o binário seja reduzido.

• **Arrancador suave (*soft starter*)** – semelhante, em termos de princípio, ao arranque por auto-transformador. Utilização tiristores em anti-paralelo e permite, também, variar o valor eficaz da tensão de alimentação, evitando-se assim valores elevados na corrente de arranque. Não deve ser aplicável quando se pretende um binário de arranque elevado.

• **Resistências rotóricas** – apenas em máquinas com rotor bobinado, permite binários de arranque elevados sem ter correntes acima da nominal. As resistências rotóricas apenas são utilizadas na fase de arranque pelo que as perdas a elas associadas não são significativas.

Tracção eléctrica com motores assíncronos
Controlo de velocidade

O motor de indução, quando ligado a uma fonte de tensão (amplitude) e frequência constantes, comporta-se como um motor de velocidade aproximadamente constante.

A velocidade situa-se tipicamente próxima da velocidade de sincronismo, mesmo variando a carga.

Controlo de velocidade

- Variação do número de pólos
- Variação da resistência rotórica
- Variação da tensão de alimentação
- Variação da frequência
- Variação da tensão de alimentação / frequência

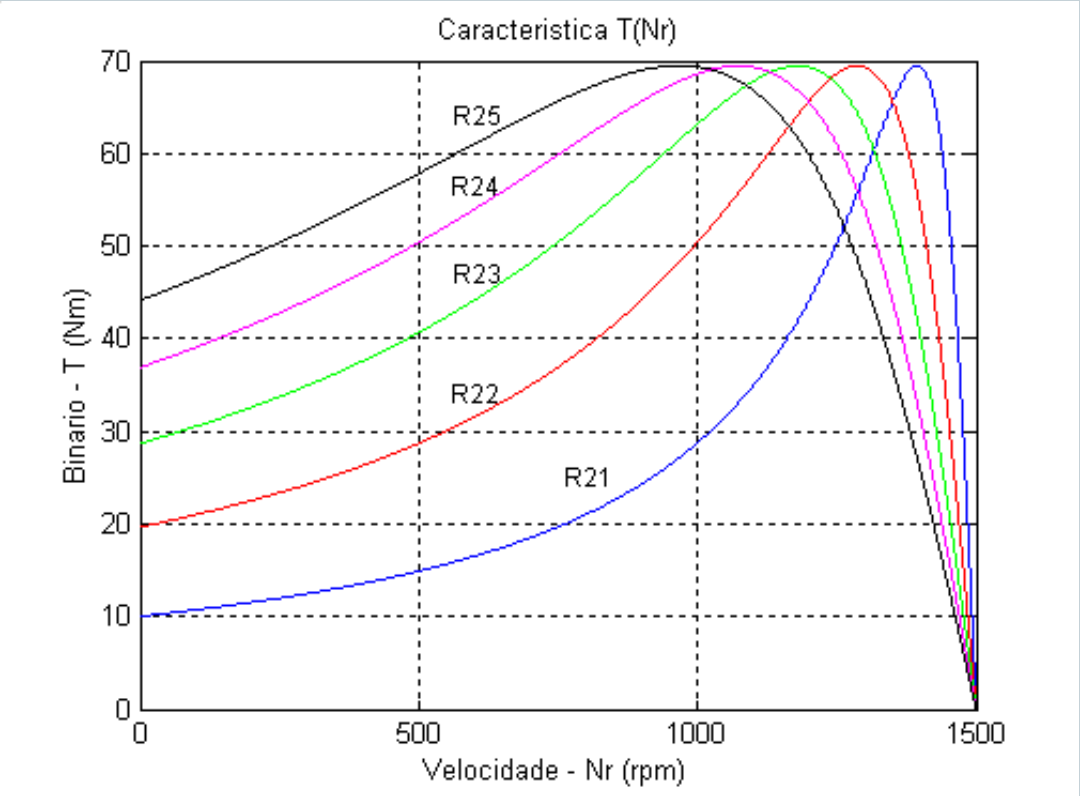
Variação do número de pólos

Com este método existe uma variação muito acentuada da velocidade de sincronismo e por conseguinte da velocidade da máquina. Trata-se de um método apenas recomendável em aplicações onde se pretende velocidades de operação bem distintas e com relações entre as velocidades pretendidas do tipo, por exemplo, "um para dois".

$$N_s = \frac{60\,f}{n_{pp}} \quad [rpm]$$

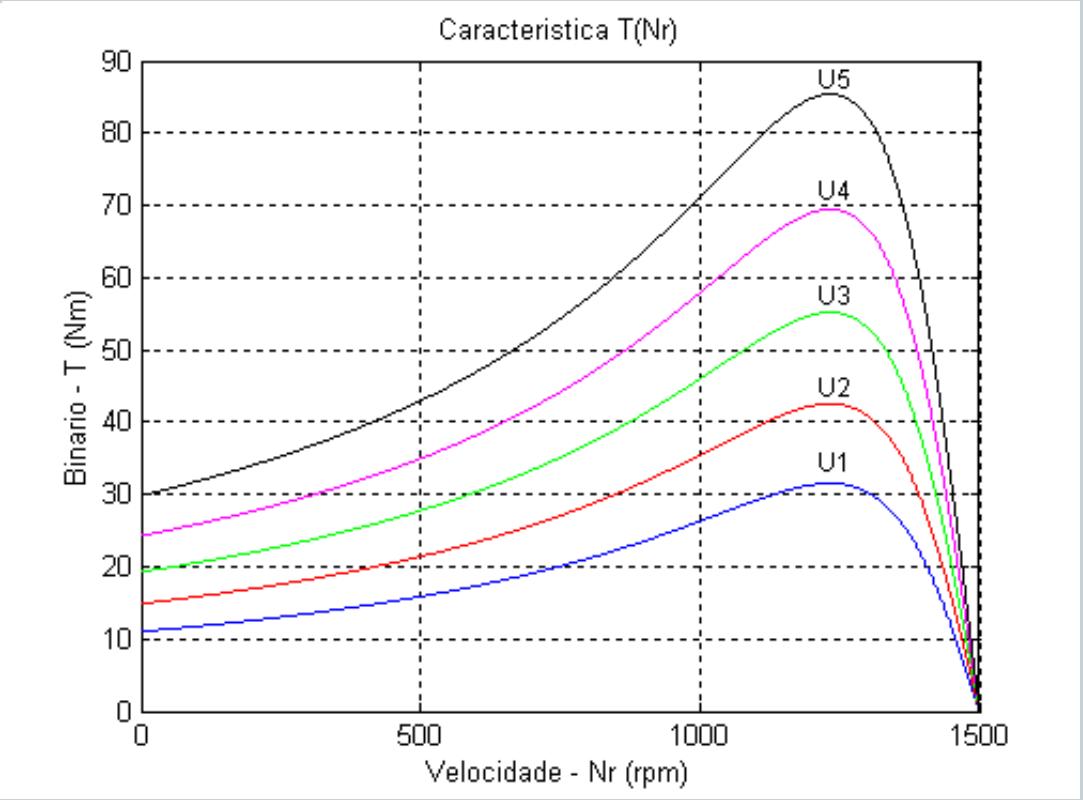
Variação da resistência rotórica

No caso do motor ser de rotor bobinado é relativamente simples actuar no escorregamento através da variação da resistência rotórica



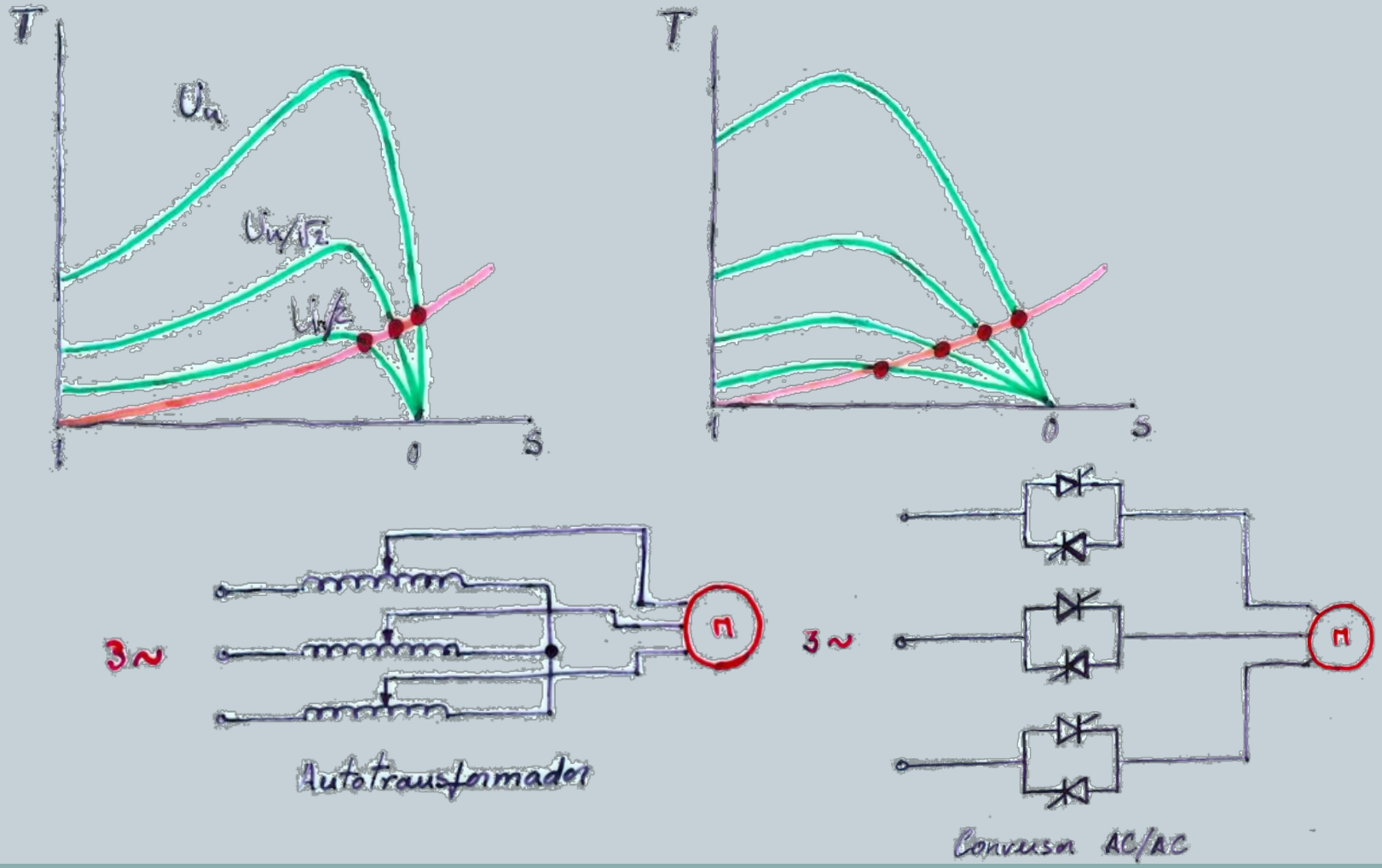
Variação da tensão de alimentação

O binário desenvolvido pelo motor é proporcional ao quadrado da tensão de alimentação



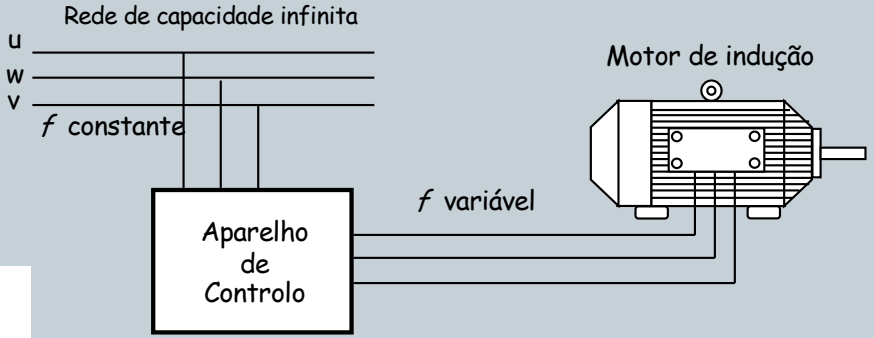
Tracção eléctrica com motores assíncronos
Controlo de velocidade

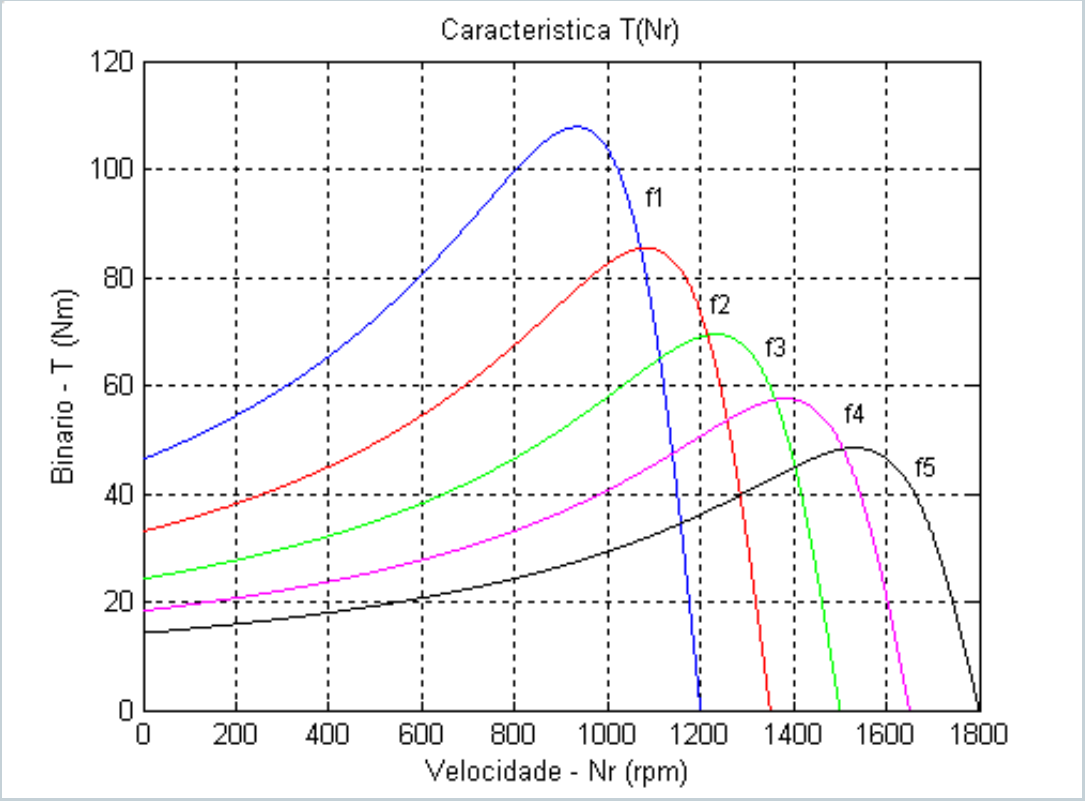
Variação da tensão de alimentação



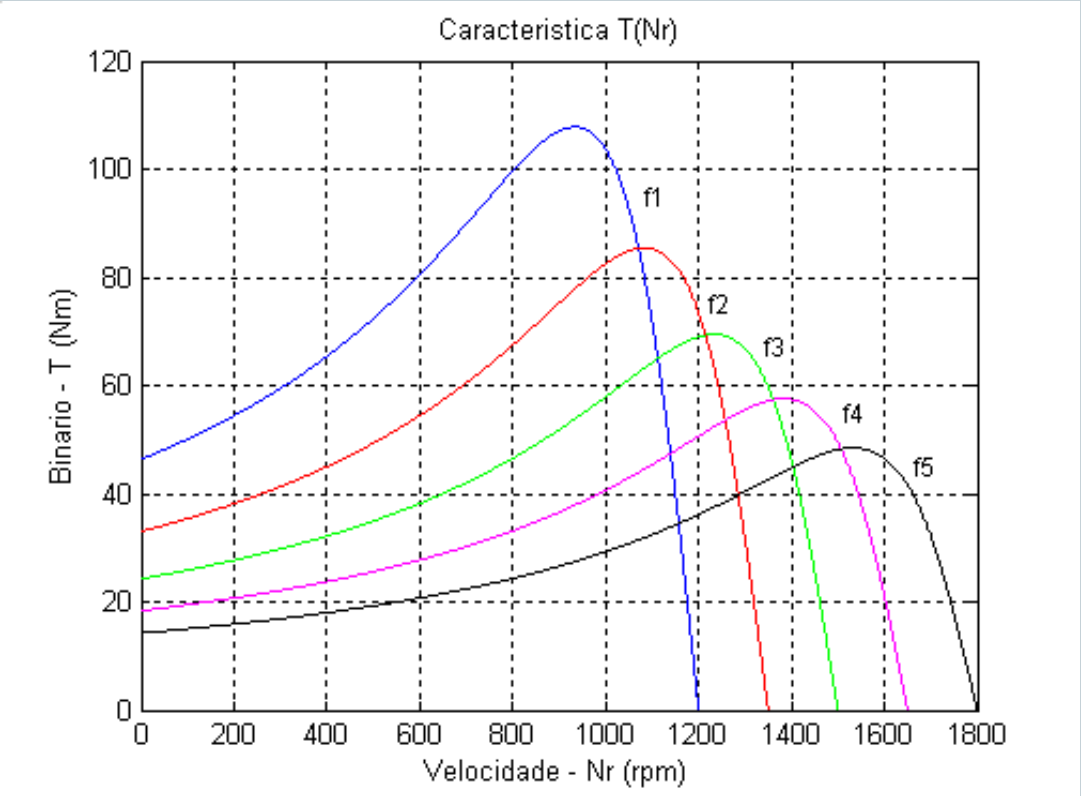
Tracção eléctrica com motores assíncronos
Controlo de velocidade

Variação da frequência





Variação da frequência

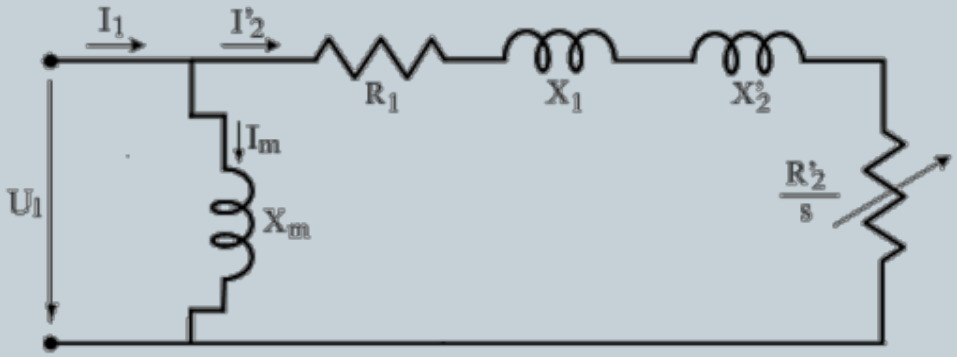


Nos valores nominais de tensão e frequência, o fluxo no entreferro também estará no seu valor nominal.

Mantendo a tensão constante e diminuir a frequência, o fluxo aumentará, levando à saturação do motor, não sendo aceitável o funcionamento em tais condições em virtude de as perdas se tornarem elevadas.

Se a frequência for superior ao seu valor nominal, o fluxo e consequentemente o binário diminuem

Variação da tensão de alimentação / frequência



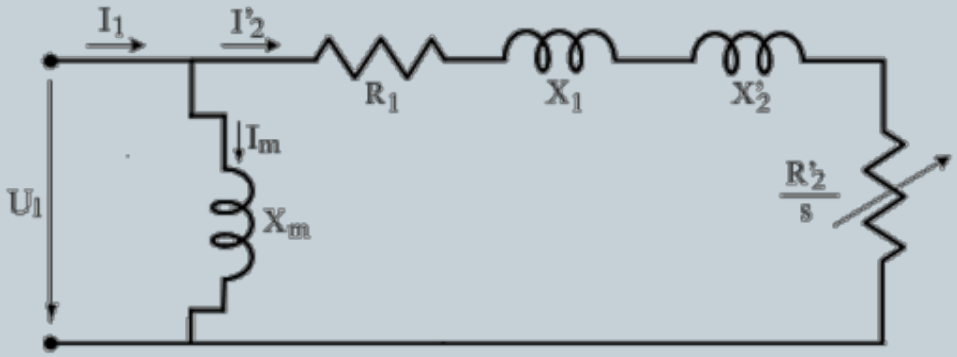
$$L_m = \frac{X_m}{2\pi f}$$

$$\phi = L_m I_m$$

$$I_m = \frac{U_1}{X_m} = \frac{U_1}{L_m 2\pi f}$$

$$\phi = L_m \frac{U_1}{L_m 2\pi f} = \frac{1}{2\pi}\frac{U_1}{f}$$

Variação da tensão de alimentação / frequência

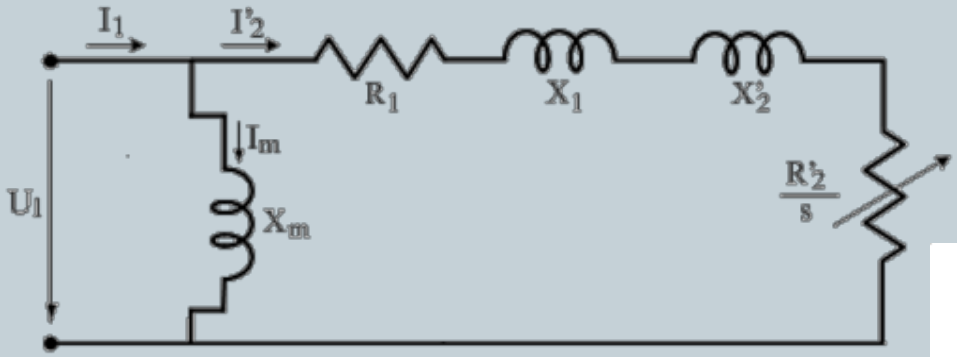


$$\phi = \frac{1}{2\pi}\frac{U_1}{f}$$

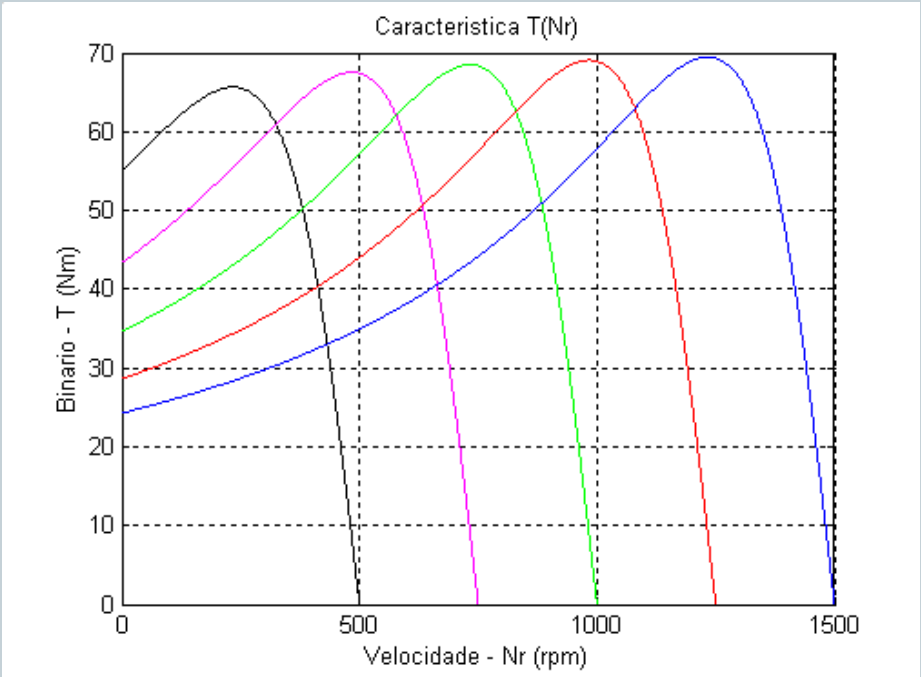
O controlo de velocidade por variação simultânea de tensão e frequência permite estabelecer o fluxo no entreferro praticamente constante e de valor igual ao fluxo nominal, assegurando o funcionamento com pequeno escorregamento.

O primeiro aspecto tem em vista obter o binário máximo do motor sem o saturar, e o segundo pretende garantir bom rendimento.

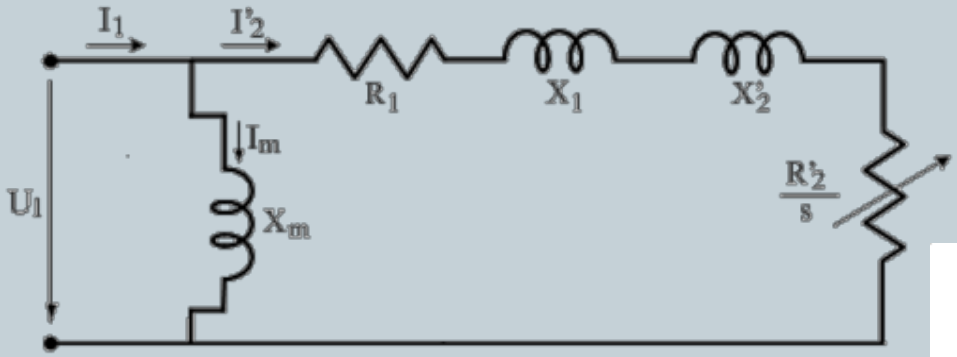
Variação da tensão de alimentação / frequência



$$\phi = \frac{1}{2\pi}\frac{U_1}{f}$$

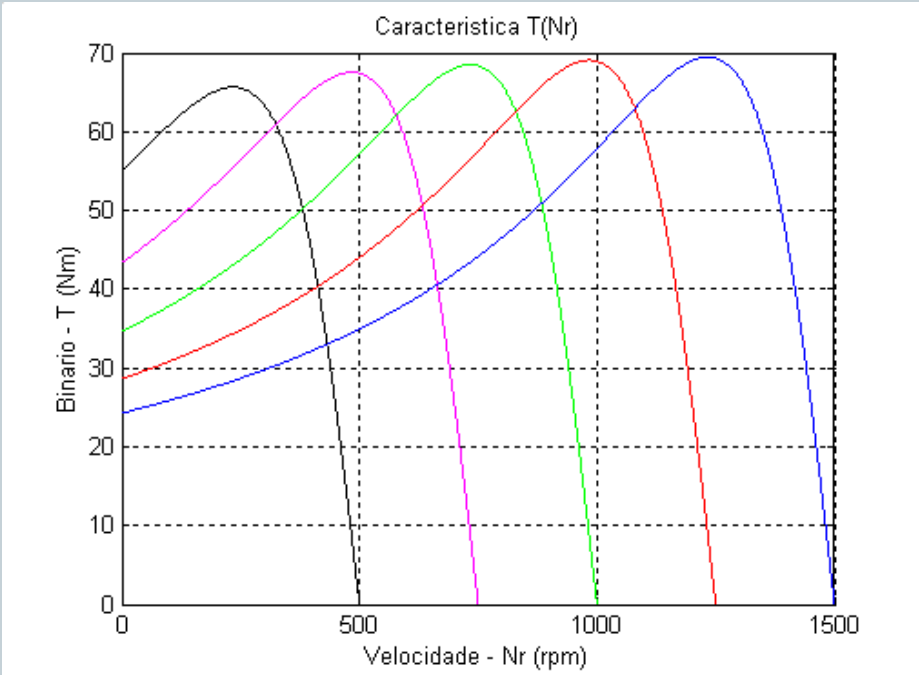


Variação da tensão de alimentação / frequência

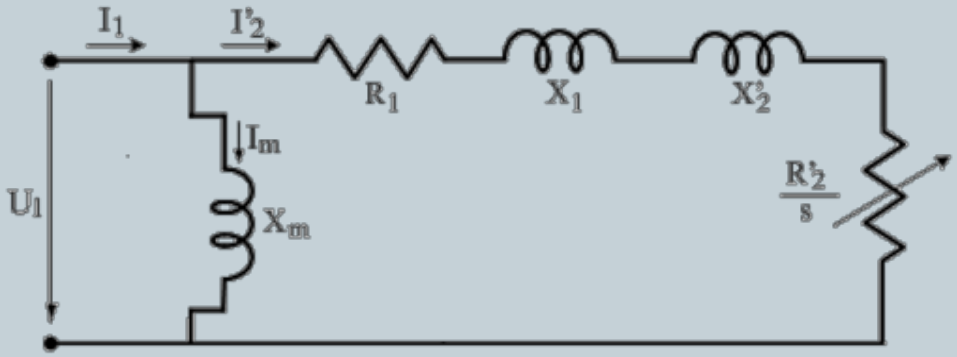


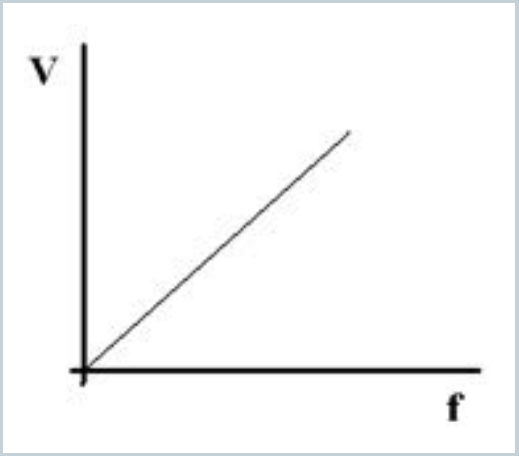
$$\phi = \frac{1}{2\pi}\frac{U_1}{f}$$

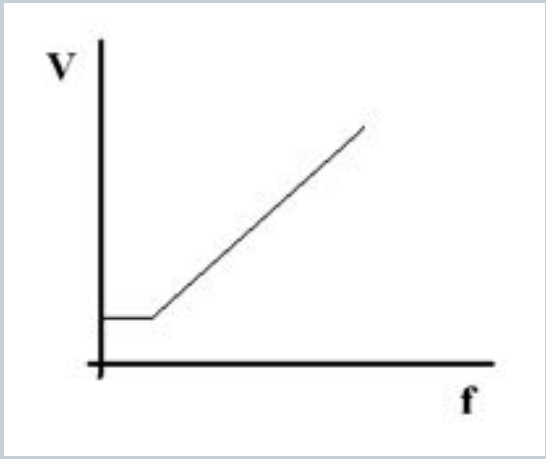
Para baixas velocidades (frequências reduzidas) o valor da resistência do estator já não é desprezável face à inductância de magnetização. Isto implica que a tensão disponivel na inductância de magnetização é inferior à tensão de alimentação e ocorre uma diminuição do binário útil.



Variação da tensão de alimentação / frequência

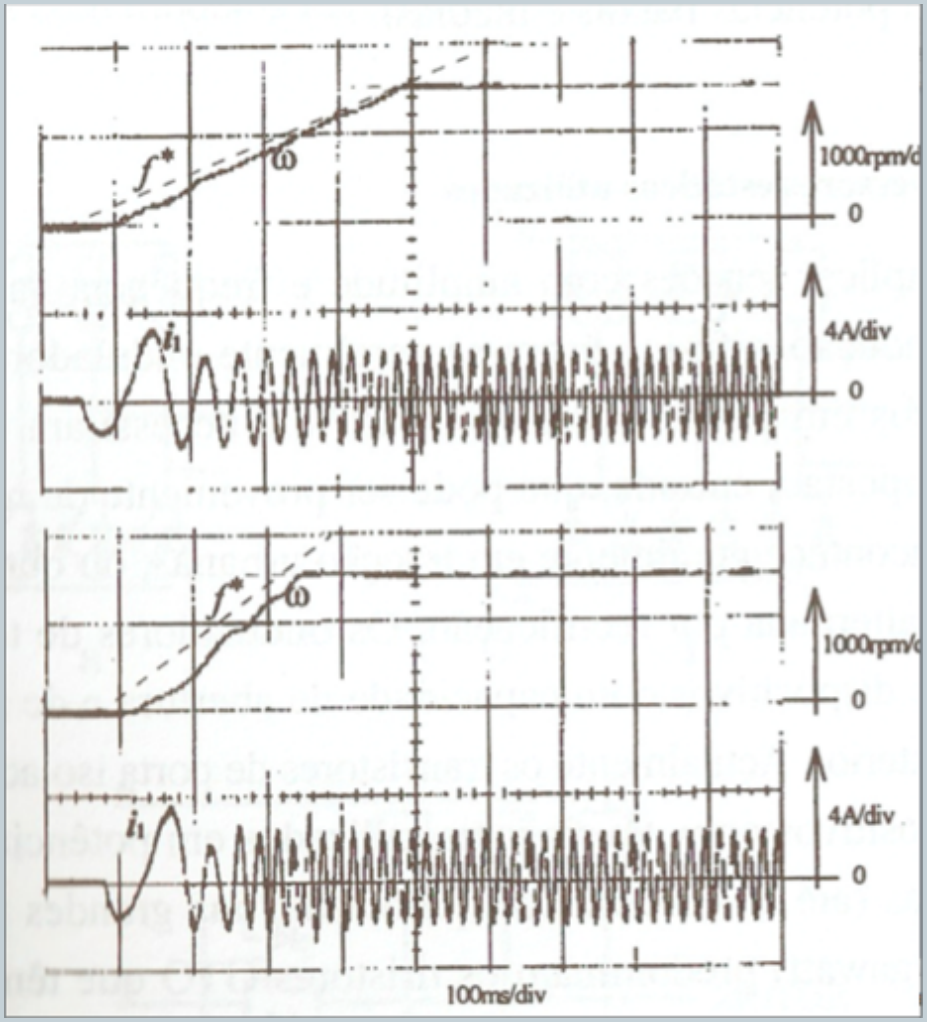






Variação da tensão de alimentação / frequência

$$U_s = k\omega_s$$



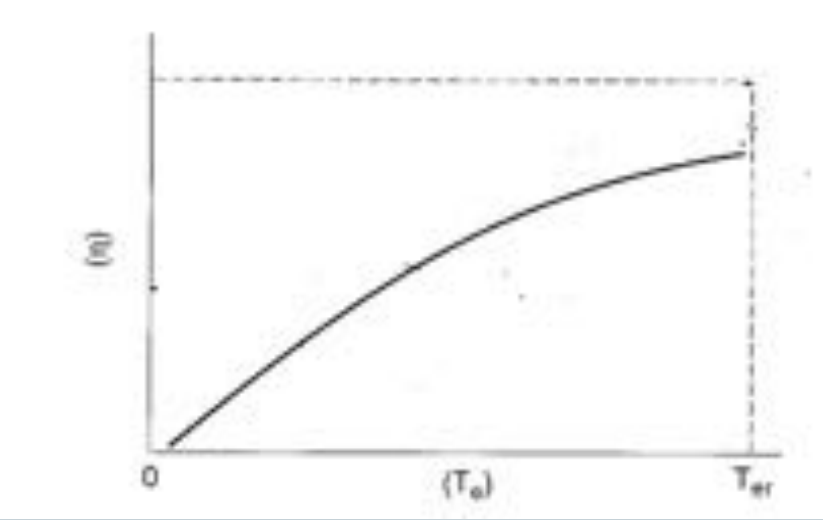
Variação da tensão de alimentação / frequência

As máquinas assíncronas são habitualmente operadas a fluxo nominal, por forma a que a resposta transitória seja rápida.

A fluxo nominal, para baixos valores de carga, as perdas magnéticas tornam-se excessivas, diminuindo o rendimento.

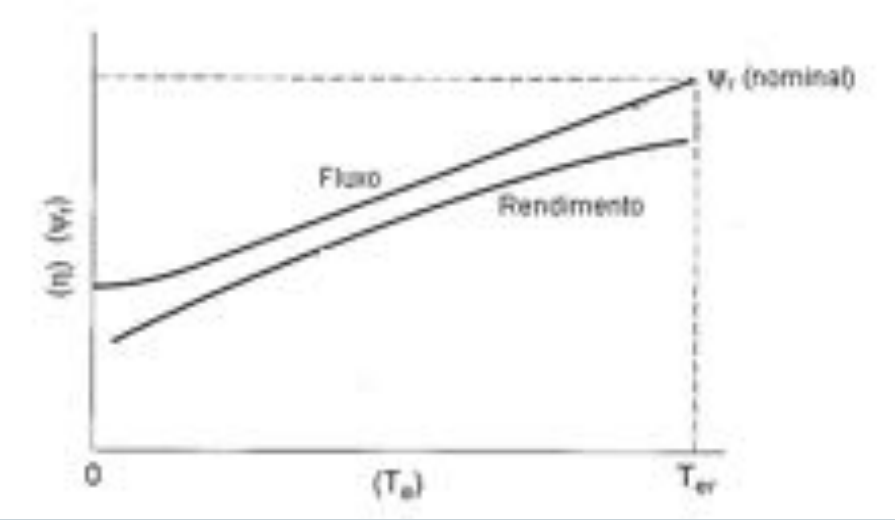
Diminuindo o fluxo diminuem as perdas magnéticas mas aumentam as perdas eléctricas. No entanto as perdas totais diminuem.

Variação da tensão de alimentação / frequência



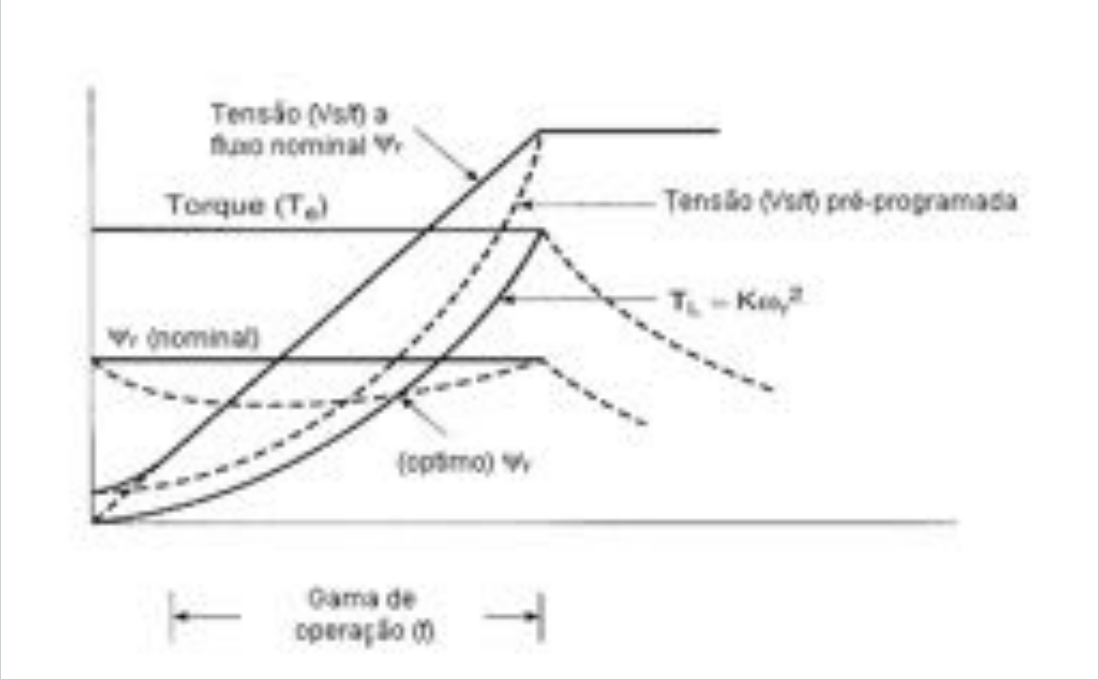
Evolução do rendimento com a evolução da carga, para a máquina operada com fluxo nominal.

Variação da tensão de alimentação / frequência



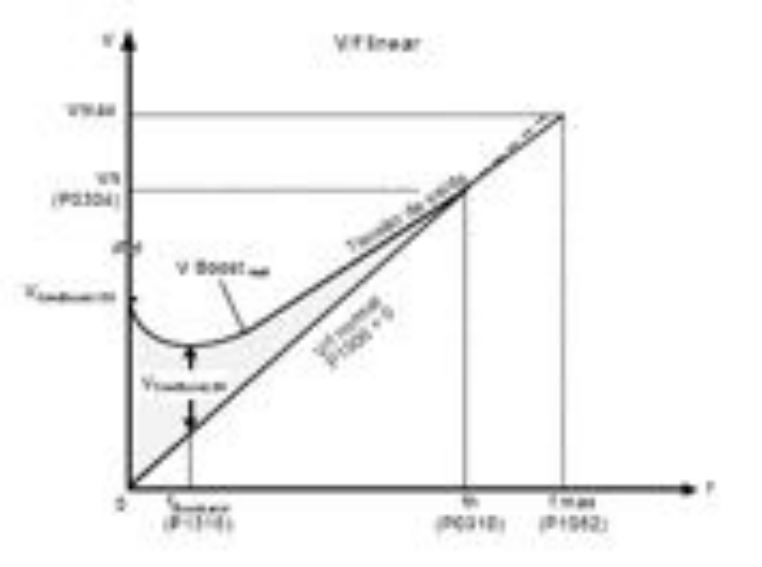
Evolução do rendimento com a evolução da carga, para a máquina operada com fluxo variável (programado).

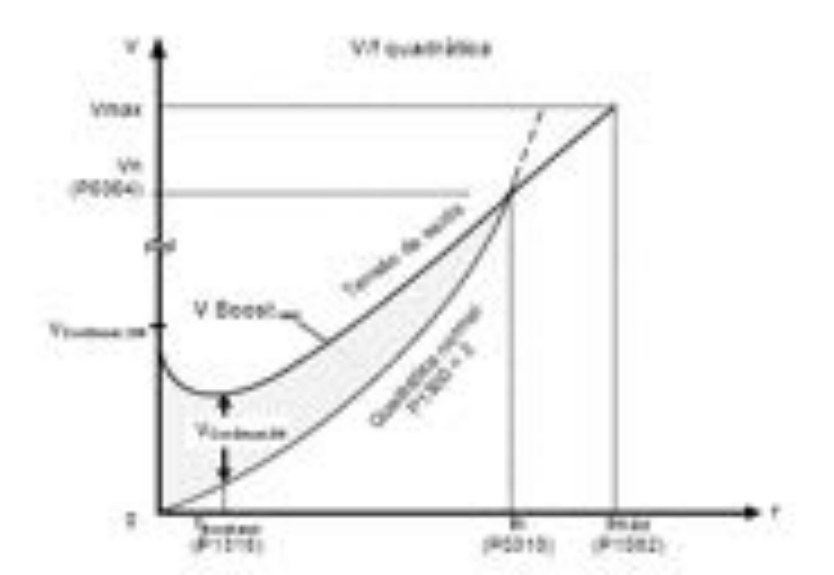
Variação da tensão de alimentação / frequência



V/f com tensão pré-programada

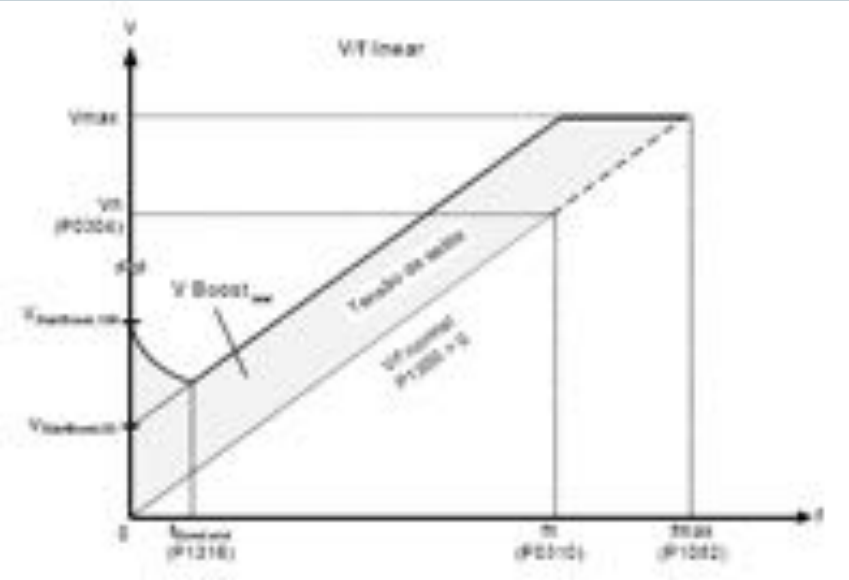
Variação da tensão de alimentação / frequência

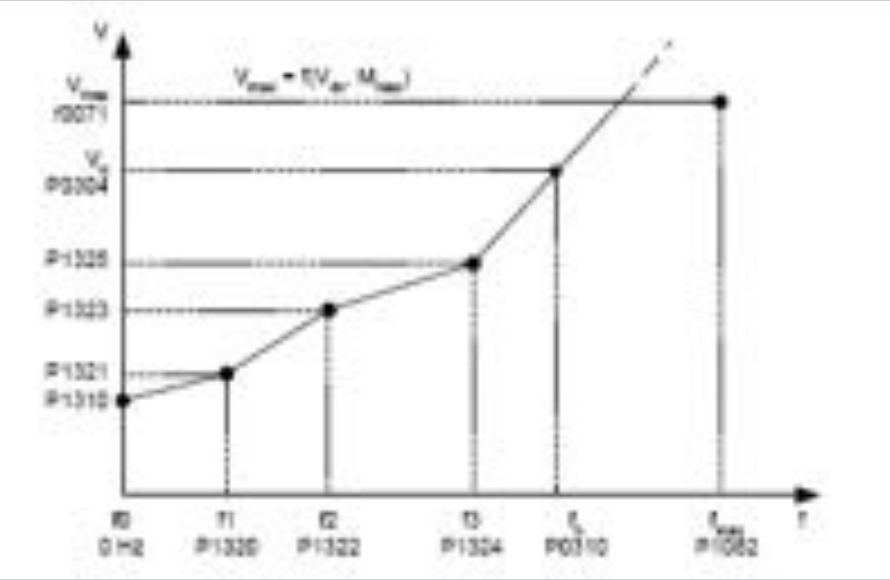




Variador de velocidade - SIEMENS

Variação da tensão de alimentação / frequência

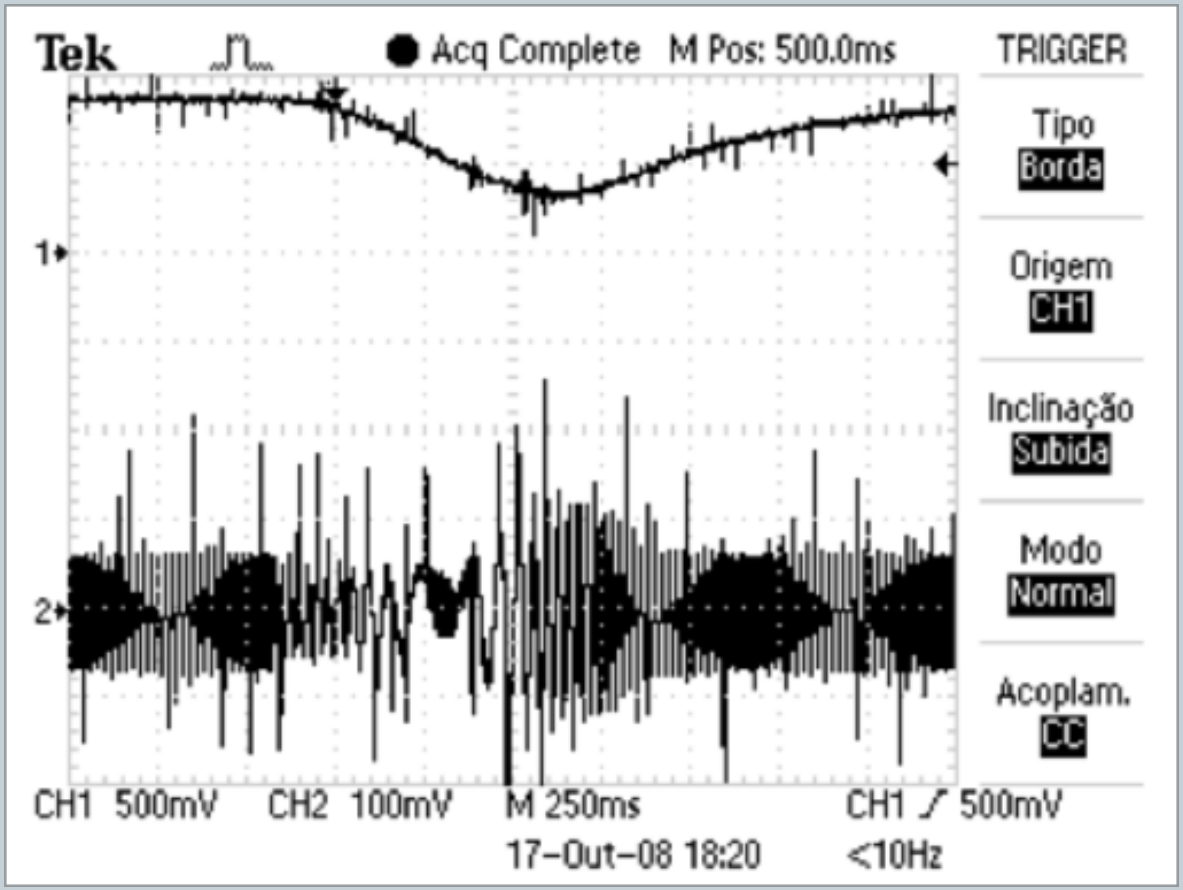




Variador de velocidade - SIEMENS

Variação da tensão de alimentação / frequência

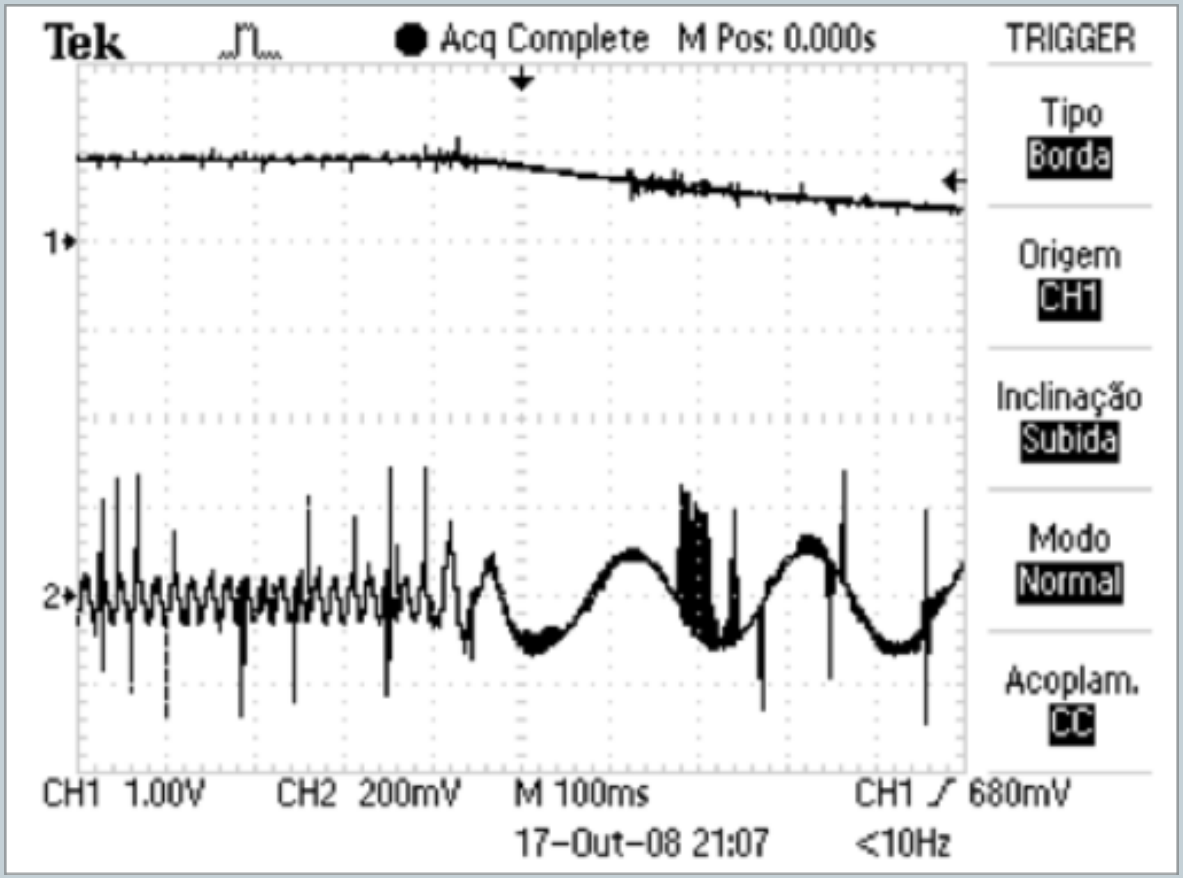




Inversão de velocidade - SIEMENS

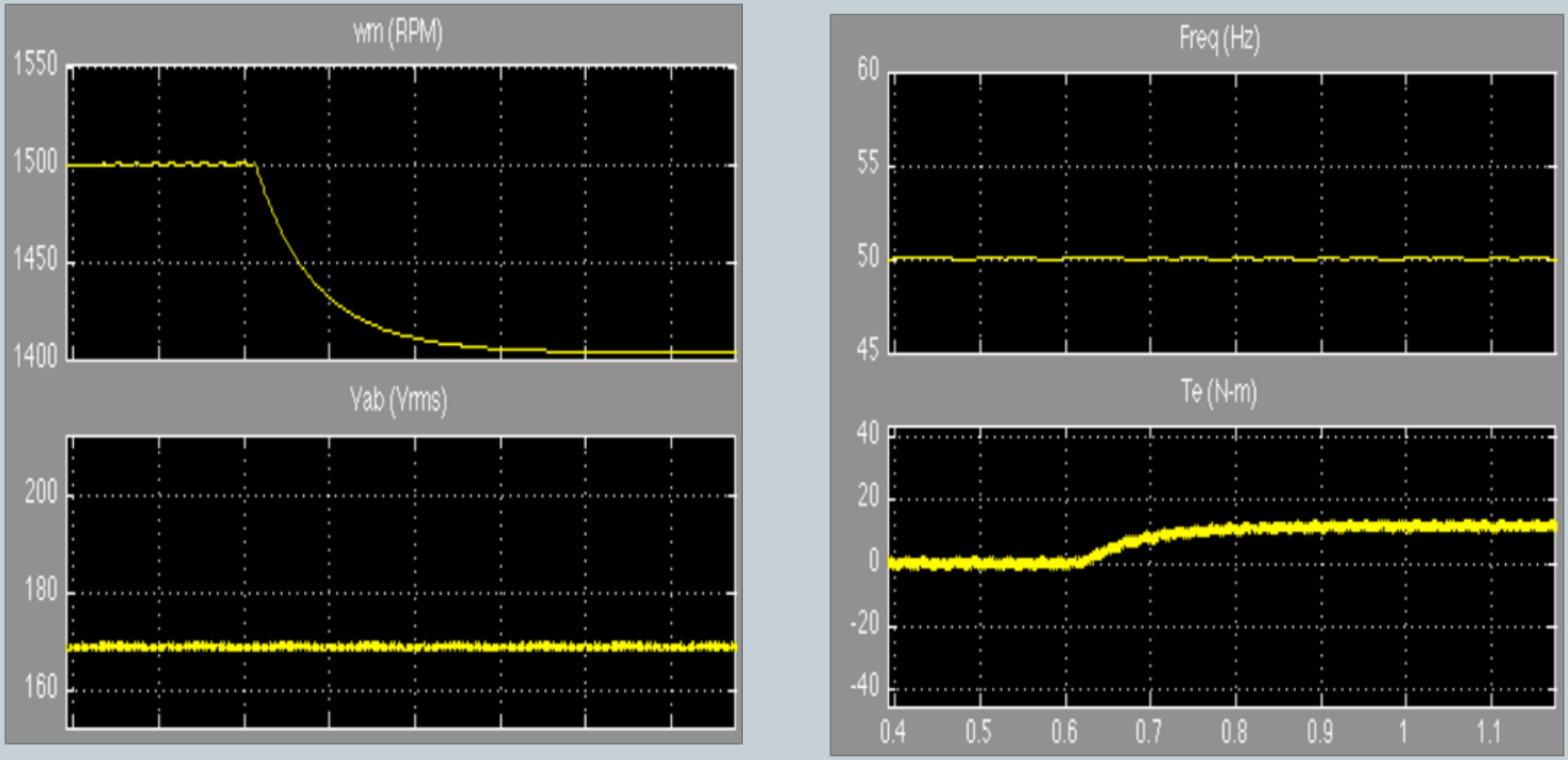
Variação da tensão de alimentação / frequência





Diminuição da frequência de alimentação - SIEMENS

Variação da tensão de alimentação / frequência

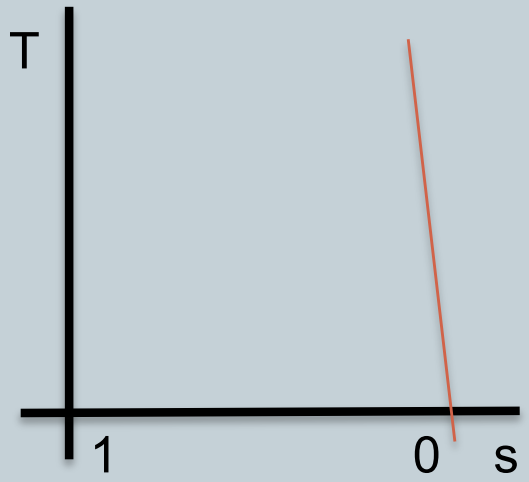


Efeito de um escalão de binário na evolução da velocidade
(comando em cadeia aberta)

Variação da tensão de alimentação / frequência

O comando V/f impõem a frequência de alimentação e a diferença para a velocidade pretendida depende do escorregamento (carga), que em geral é pequeno.

Existem formas aproximadas de compensar o aumento de carga (escorregamento)...



$$s = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s}$$

$$T \approx k_1(\omega_s - \omega_m)$$

Variação da tensão de alimentação / frequência

$$T = \frac{P}{\omega_m} \approx \frac{Pn_{pp}}{\omega_s}$$

$$P = 3U_s I_s \cos\varphi$$

$$\frac{U_s}{\omega_s} = cte$$

$$(\omega_s - \omega_m) = \frac{Pn_{pp}}{k_1 \omega_s}$$

$$T \approx k_1(\omega_s - \omega_m) = k_1 k_2 I_s \cos\varphi$$

Pela medida da corrente podemos ter uma imagem do binário de carga

Tracção eléctrica com motores assíncronos Referenciais

- Um circuito indutivo trifásico equilibrado com acopolamento magnético entre fases é regido por um sistemas de equações diferenciais, da forma

$$\mathbf{u}_{abc} = \mathbf{R}_{abc}\mathbf{i}_{abc} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{abc}}{dt}$$

$$\boldsymbol{\psi}_{abc} = \boldsymbol{\psi}\left(\mathbf{i}_{abc}, \theta\right)$$

Tracção eléctrica com motores assíncronos Referenciais

- Não considerando saturações magnéticas do ferro, o fluxo magnético apresenta uma dependência linear das correntes, onde $L_{abc}(\theta)$ representa a matriz dos coeficientes de indução.

$$\psi_{abc} = \psi(\mathbf{i}_{abc}, \theta) \quad \Rightarrow \quad \psi_{abc} = \mathbf{L}_{abc}(\theta)\mathbf{i}_{abc}$$

Tracção eléctrica com motores assíncronos
Referenciais

$$\mathbf{u}_{abc} = \mathbf{R}_{abc}\mathbf{i}_{abc} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{abc}}{dt} \qquad \boldsymbol{\psi}_{abc} = \mathbf{L}_{abc}(\theta)\mathbf{i}_{abc}$$



$$\mathbf{u}_{abc} = \mathbf{R}_{abc}\mathbf{i}_{abc} + \mathbf{L}_{abc}(\theta)\frac{d\mathbf{i}_{abc}}{dt} + \frac{\partial \mathbf{L}_{abc}(\theta)}{\partial\theta}\frac{d\theta}{dt}\mathbf{i}_{abc}$$

$$\mathbf{u}_{abc} = \mathbf{R}_{abc}\mathbf{i}_{abc} + \mathbf{L}_{abc}(\theta)\frac{d\mathbf{i}_{abc}}{dt} + \omega_r\frac{\partial \mathbf{L}_{abc}(\theta)}{\partial\theta}\mathbf{i}_{abc}$$

- Admitindo circuitos com espaçamento angular de 120º, estrutura sinusoidal por fase, simetria magnética, enrolamentos estatóricos iguais, entre-ferro uniforme, a não ligação do condutor de neutro e desprezando a existência de harmónicas diferentes da fundamental, a matriz dos coeficientes de indução é passível de simplificação.

$$\mathbf{L}_{\text{abc}}(\theta) = \begin{bmatrix} [L_s] & [M_{sr}] \\ [M_{rs}] & [L_r] \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{\text{abc}}(\theta) = \begin{bmatrix} [L_s] & [M_{sr}] \\ [M_{rs}] & [L_r] \end{bmatrix}$$

Coeficientes de auto indução para os enrolamentos do mesmo lado (não dependem da posição do rotor)

$$L_x = \begin{bmatrix} l_x & -M_x & -M_x \\ -M_x & l_x & -M_x \\ -M_x & -M_x & l_x \end{bmatrix}$$

Tracção eléctrica com motores assíncronos
Referenciais

$$\mathbf{L}_{\text{abc}}(\theta) = \begin{bmatrix} [L_e] & [M] \\ [M] & [L_r] \end{bmatrix}$$

Os coeficientes de indução mútua entre os enrolamentos do estator e os enrolamentos do rotor dependem da posição do rotor e são uma função periódica de θ.

Coeficientes de indução mútua entre os enrolamentos do estator e do rotor (dependem da posição do rotor)

$$M_{sr} = M_{rs}^{T} = \begin{bmatrix} M\cos(\theta) & M\cos\left(\theta+\frac{2\pi}{3}\right) & M\cos\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right) \\ M\cos\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right) & M\cos(\theta) & M\cos\left(\theta+\frac{2\pi}{3}\right) \\ M\cos\left(\theta+\frac{2\pi}{3}\right) & M\cos\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right) & M\cos(\theta) \end{bmatrix}$$

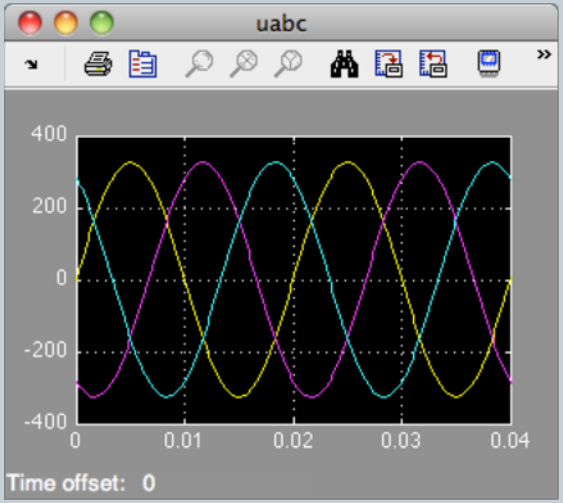
Tracção eléctrica com motores assíncronos
Referenciais

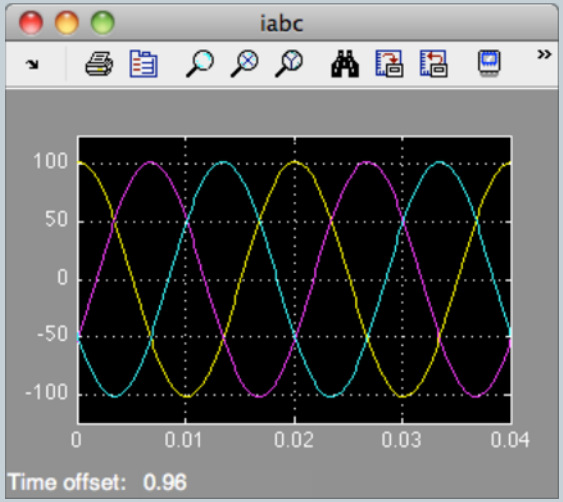
- Uma vez que os coeficientes de indução variam com a posição do rotor é importante considerar transformações de variáveis que levem à simplificação do modelo

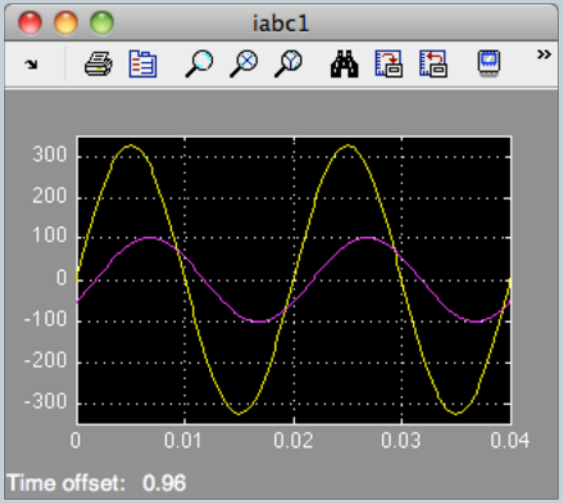
- Transformação de Concordia abc ➔ αβ
- Transformação de Clarke αβ ➔ dq

Transformação de variáveis

- Considere-se uma carga RL trifásica…







P = 77 kW

Transformação de variáveis

- Transformação abc ➔ αβ

$$C = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$$i_{abc} = C\, i_{\alpha\beta 0}$$

$$u_{\alpha\beta 0} = C^T\, u_{abc}$$

$$C^{-1} = C^T$$

A matriz de transformação C (Matriz de Concordia) é uma matriz de transformação geométrica, pelo que pode tomar vários valores. Os valores apresentados são aqueles que mantêm a potência invariante.

Transformação de variáveis

- Transformação abc ➔ αβ

$$p = \mathbf{u}_{\text{abc}}^{T}\mathbf{i}_{\text{abc}} = \left(C\,\mathbf{u}_{\alpha\beta 0}\right)^{T} C\,\mathbf{i}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{u}_{\alpha\beta 0}^{T} C^{T} C\,\mathbf{i}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{u}_{\alpha\beta 0}^{T}\,\mathbf{i}_{\alpha\beta 0}$$

$$\mathbf{u}_{\text{abc}} = \mathbf{R}_{\text{abc}}\mathbf{i}_{\text{abc}} + \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\psi}_{\text{abc}}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{R}_{\text{abc}}\mathbf{i}_{\text{abc}} + \frac{d}{dt}\left(\mathbf{L}_{\text{abc}}(\theta)\mathbf{i}_{\text{abc}}\right)$$

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta 0} = C^{-1}\mathbf{R}_{\text{abc}}C\,\mathbf{i}_{\alpha\beta 0} + \frac{d}{dt}\left(C^{-1}\mathbf{L}_{\text{abc}}(\theta)C\,\mathbf{i}_{\alpha\beta 0}\right)$$

Transformação de variáveis

- Transformação abc ➔ αβ

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta 0} = C^{-1}\mathbf{R}_{\text{abc}}C\,\mathbf{i}_{\alpha\beta 0} + \frac{d}{dt}\left(C^{-1}\mathbf{L}_{\text{abc}}(\theta)C\,\mathbf{i}_{\alpha\beta 0}\right)$$

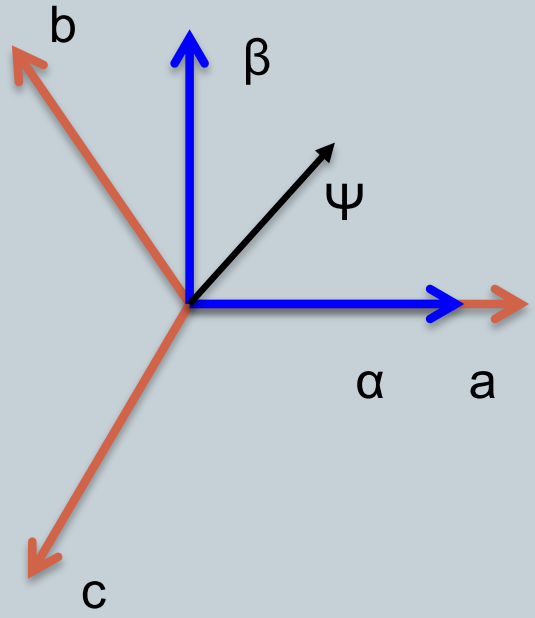
$$C^{-1}\mathbf{L}_{\text{abc}}(\theta)C = \begin{bmatrix} l_x + M_x & 0 & 0 \\ 0 & l_x + M_x & 0 \\ 0 & 0 & l_x - 2M_x \end{bmatrix}$$

Transformação de variáveis

- Transformação abc → αβ
  - Determinante nulo
  - Os produtos externos e internos mantêm-se
  - As tensões, correntes e fluxos são transformadas da mesma forma
  - A potência é invariante, bem como as perdas
  - Existe desacoplamento entre α,β e 0
  - O modelo da máquina assíncrona matem a forma, com valores próprios invariantes
  - Os coeficientes de indução ainda dependem da posição

Transformação de variáveis

- Transformação abc ➔ αβ

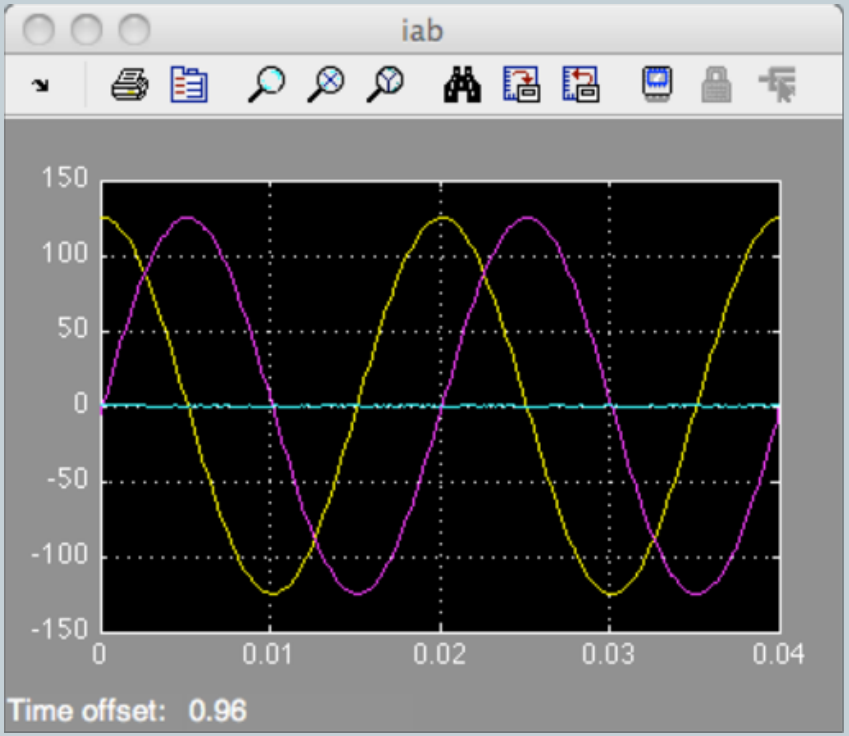


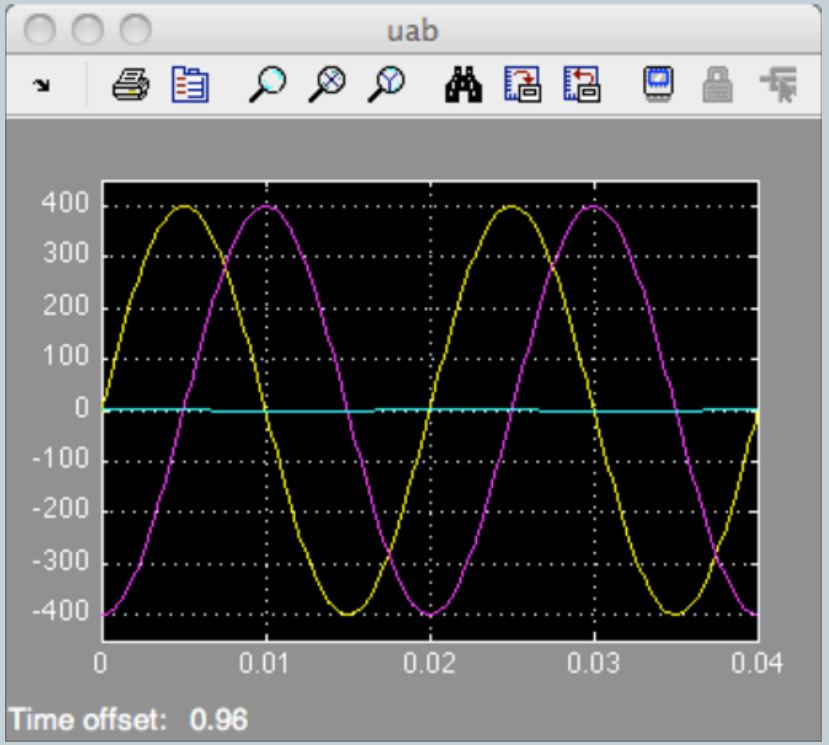
$$\begin{cases} x_\alpha = k\left(x_a - \frac{1}{2}x_b - \frac{1}{2}x_c \right) \\ x_\beta = k\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x_b - \frac{\sqrt{3}}{2}x_c \right) \end{cases}$$

$$k = \sqrt{2/3}$$

Transformação de variáveis

- Transformação αβ ➔ dq

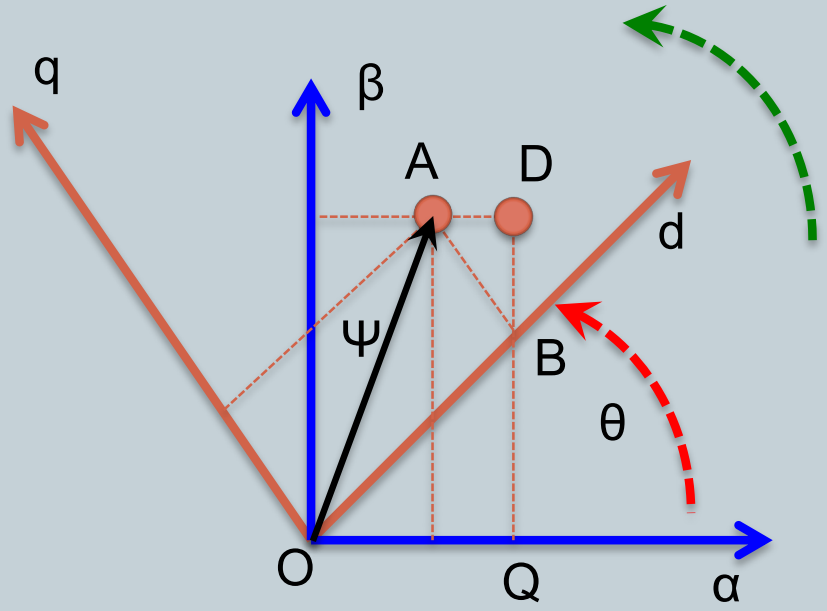




P = 77 kW

Transformação de variáveis

- Transformação αβ ➔ dq



$$AD = \psi_q \sin(\theta)$$
$$QB = \psi_d \sin(\theta)$$
$$BD = \psi_q \cos(\theta)$$
$$OQ = \psi_d \cos(\theta)$$

$$\psi_\alpha = \psi_d \cos(\theta) - \psi_q \sin(\theta)$$
$$\psi_\beta = \psi_d \sin(\theta) + \psi_q \cos(\theta)$$

$$\psi_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \psi_{dq}$$

Transformação de variáveis

- Transformação αβ ➔ dq

$$C = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$C^{-1} = C^{T}$$

$$i_{\alpha\beta} = C(\theta) i_{dq}$$

$$u_{dq} = C^{T}(\theta) u_{\alpha\beta}$$

$$\psi_{\alpha\beta} = C(\theta) \psi_{dq}$$

A matriz de transformação C (Matriz de Clarke) é uma matriz de transformação com determinante unitário, e que também mantêm a potência invariante.

Transformação de variáveis

- Transformação αβ ➔ dq

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta} = \mathbf{R}_{\alpha\beta}\mathbf{i}_{\alpha\beta} + \frac{d}{dt}\left(\psi_{\alpha\beta}\right)$$

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta} = \mathbf{R}_{\alpha\beta}C(\theta)\mathbf{i}_{dq} + \frac{d}{dt}\left(C(\theta)\psi_{dq}\right)$$

$$\mathbf{u}_{dq} = C^T(\theta)\mathbf{R}_{\alpha\beta}C(\theta)\mathbf{i}_{dq} + C^T(\theta)\omega\frac{d}{dt}\left(C(\theta)\right)\psi_{dq} + C^T(\theta)C(\theta)\frac{d}{dt}\left(\psi_{dq}\right)$$

$$\mathbf{u}_{dq} = \mathbf{R}_{dq}\mathbf{i}_{dq} + \omega\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\psi_{dq} + \frac{d}{dt}\left(\psi_{dq}\right)$$

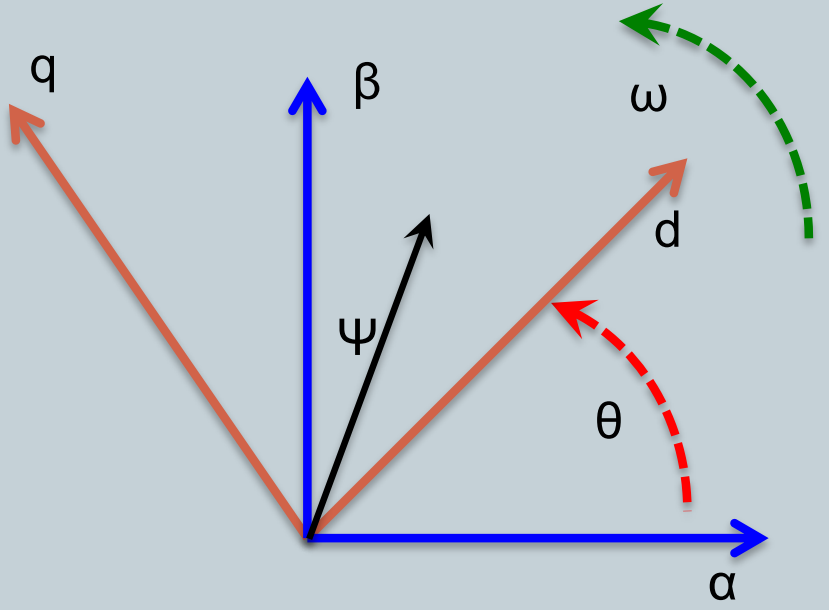
Transformação de variáveis

- Transformação αβ ➔ dq

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta} = \mathbf{R}_{\alpha\beta}\mathbf{i}_{\alpha\beta} + \frac{d}{dt}\left(\psi_{\alpha\beta}\right)$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\begin{cases} u_d = r_d i_d + \dfrac{d\psi_d}{dt} - \omega\psi_q \\ u_q = r_q i_q + \dfrac{d\psi_q}{dt} + \omega\psi_d \end{cases}$$

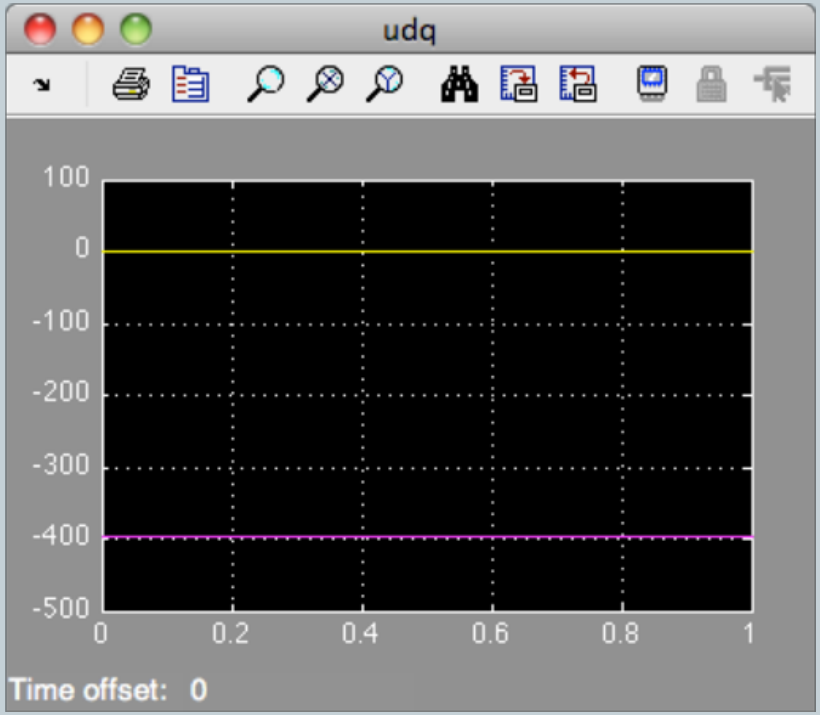


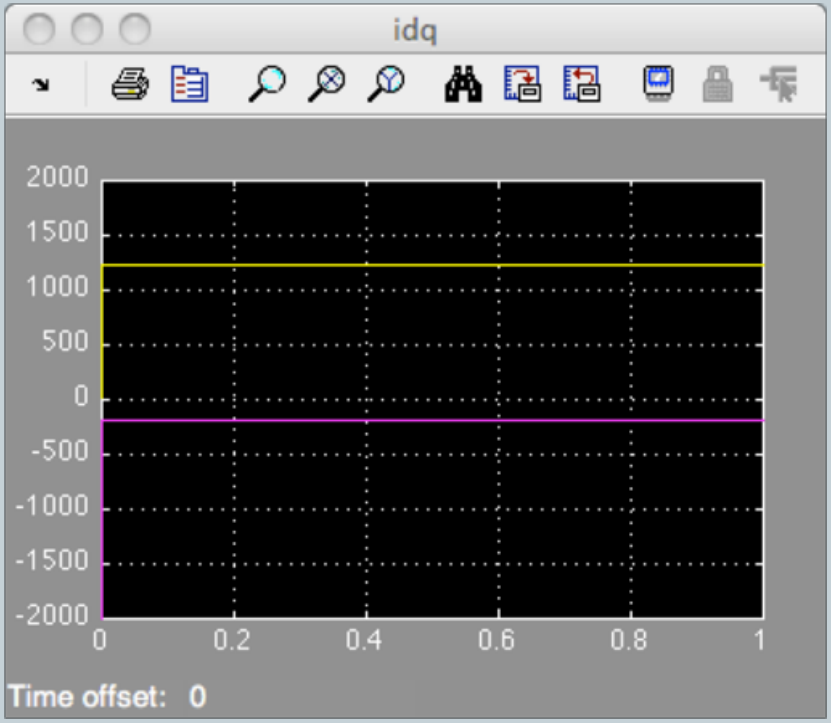
Transformação de variáveis

- Transformação αβ ➔ dq
  - ω é a velocidade de rotação do referencial dq em relação ao referencial αβ
  - Para ω=0 obtem-se novamente o referencial αβ
  - A potência é invariante, bem como as perdas
  - O modelo da máquina de indução não depende da coordenada de posição θ
  - A matriz de coeficientes é constante

Transformação de variáveis

- Transformação αβ ➔ dq





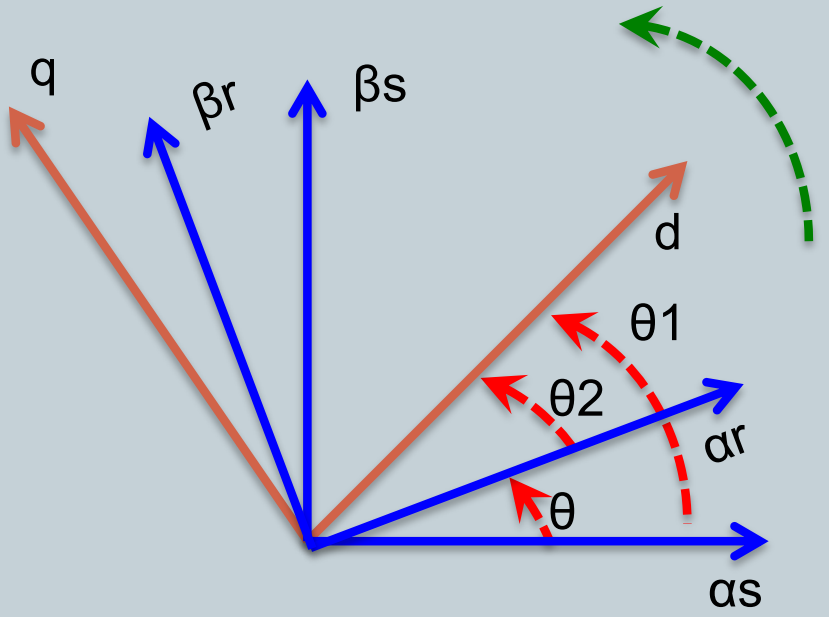
P = 77 kW

Máquina assíncrona num referencial dq girante

- Variáveis de estado:
  - fluxos rotóricos (é importante controlar o campo girante)
  - correntes estatóricas (é prudente manter as correntes controladas)
- Considere-se um referencial dq girante com uma velocidade de rotação genérica
- O sistema dinâmico deverá contemplar o estator e o rotor

Máquina assíncrona num referencial dq girante

$$\begin{cases} u_{sd} = r_s i_{sd} + \dfrac{d\psi_{sd}}{dt} - \omega_1 \psi_{sq} \\ u_{sq} = r_s i_{sq} + \dfrac{d\psi_{sq}}{dt} + \omega_1 \psi_{sd} \\ 0 = r_r i_{rd} + \dfrac{d\psi_{rd}}{dt} - \omega_2 \psi_{sq} \\ 0 = r_r i_{rq} + \dfrac{d\psi_{rq}}{dt} + \omega_2 \psi_{sd} \end{cases}$$



$$\theta = \theta_1 - \theta_2$$

Máquina assíncrona num referencial dq girante

$$\begin{cases} \dfrac{d\psi_{sd}}{dt} = u_{sd} - r_s i_{sd} + \omega_1 \psi_{sq} \\ \dfrac{d\psi_{sq}}{dt} = u_{sq} - r_s i_{sq} - \omega_1 \psi_{sd} \\ \dfrac{d\psi_{rd}}{dt} = -r_r i_{rd} + \omega_2 \psi_{sq} \\ \dfrac{d\psi_{rq}}{dt} = -r_r i_{rq} - \omega_2 \psi_{sd} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \psi_{sd} &= L_s i_{sd} + M i_{rd} \\ \psi_{sq} &= L_s i_{sq} + M i_{rq} \\ \psi_{rd} &= L_r i_{rd} + M i_{sd} \\ \psi_{rq} &= L_r i_{rq} + M i_{sq} \end{aligned}$$

Máquina assíncrona num referencial dq girante

$$i_{rd} = \frac{\psi_{rd}}{L_r} - \frac{M}{L_r} i_{sd}$$

$$i_{rq} = \frac{\psi_{rq}}{L_r} - \frac{M}{L_r} i_{sq}$$

$$\psi_{sd} = L_s i_{sd} + \frac{M}{L_r}\psi_{rd} - \frac{M^2}{L_r} i_{sd} = \frac{M}{L_r}\psi_{rd} + \frac{L_s L_r - M^2}{L_r} i_{sd}$$

$$\psi_{sq} = L_s i_{sq} + \frac{M}{L_r}\psi_{rq} - \frac{M^2}{L_r} i_{sq} = \frac{M}{L_r}\psi_{rq} + \frac{L_s L_r - M^2}{L_r} i_{sq}$$

Máquina assíncrona num referencial dq girante

$$\left| \begin{array}{l} i_{rd} = \dfrac{\psi_{rd}}{L_r} - \dfrac{M}{L_r} i_{sd} \\ i_{rq} = \dfrac{\psi_{rq}}{L_r} - \dfrac{M}{L_r} i_{sq} \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} \psi_{sd} = L_s i_{sd} + \dfrac{M}{L_r}\psi_{rd} - \dfrac{M^2}{L_r} i_{sd} = \dfrac{M}{L_r}\psi_{rd} + \dfrac{L_s L_r - M^2}{L_r} i_{sd} \\ \psi_{sq} = L_s i_{sq} + \dfrac{M}{L_r}\psi_{rq} - \dfrac{M^2}{L_r} i_{sq} = \dfrac{M}{L_r}\psi_{rq} + \dfrac{L_s L_r - M^2}{L_r} i_{sq} \end{array} \right.$$

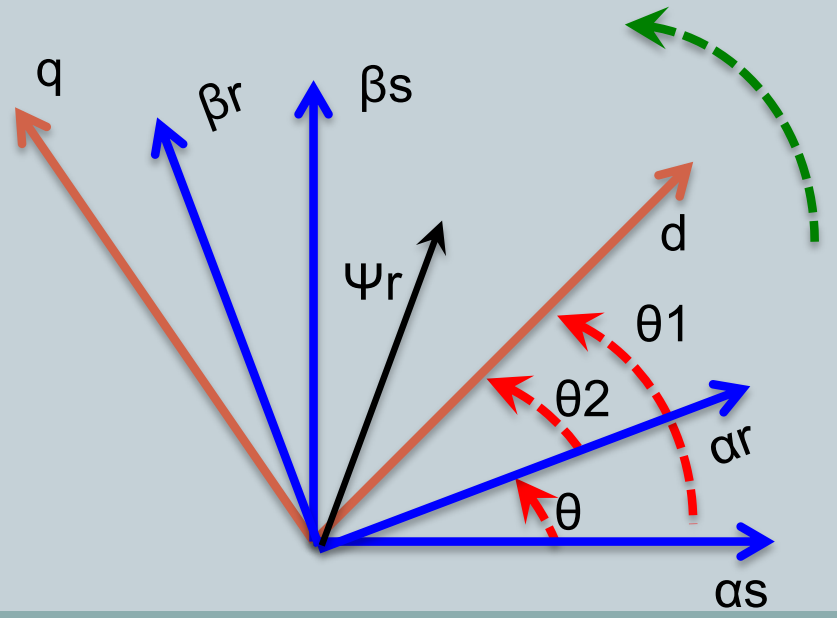
$\tau_s = \dfrac{L_s}{R_s}$ Constante de tempo de magnetização do estator

$\tau_r = \dfrac{L_r}{R_r}$ Constante de tempo de magnetização do rotor

$\sigma = \dfrac{L_s L_r - M^2}{L_s L_r}$ Factor de dispersão

Máquina assíncrona num referencial dq girante

$$
\begin{cases}
\dfrac{di_{sd}}{dt} = \dfrac{1}{\sigma L_s} u_{sd} - \left(\dfrac{1}{\sigma \tau_s} + \dfrac{M^2}{\sigma \tau_r L_s L_r} \right) i_{sd} + \omega_1 i_{sq} + \dfrac{M}{\sigma \tau_r L_s L_r} \psi_{rd} + \dfrac{M}{\sigma L_s L_r} \omega \psi_{rq} \\
\dfrac{di_{sq}}{dt} = \dfrac{1}{\sigma L_s} u_{sq} - \left(\dfrac{1}{\sigma \tau_s} + \dfrac{M^2}{\sigma \tau_r L_s L_r} \right) i_{sq} - \omega_1 i_{sd} + \dfrac{M}{\sigma \tau_r L_s L_r} \psi_{rq} - \dfrac{M}{\sigma L_s L_r} \omega \psi_{rd} \\
\dfrac{d\psi_{rd}}{dt} = \dfrac{M}{\tau_r} i_{sd} - \dfrac{1}{\tau_r} \psi_{rd} + \omega_2 \psi_{rq} \\
\dfrac{d\psi_{rq}}{dt} = \dfrac{M}{\tau_r} i_{sq} - \dfrac{1}{\tau_r} \psi_{rq} - \omega_2 \psi_{rd}
\end{cases}
$$



Máquina assíncrona - Binário

- Binário motor

$$T = \frac{\partial W_c}{\partial \theta} \qquad W_c = \frac{1}{2} i^T \psi \qquad T = \frac{1}{2} i^T \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$$

- Coordenadas abc

$$T = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_s^T & i_r^T \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta} \begin{bmatrix} L_s & L_{sr}(\theta) \\ L_{sr}^T(\theta) & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix}$$

$$T = \frac{1}{2} i_r^T \frac{\partial L_{sr}^T(\theta)}{\partial \theta} i_s$$

Máquina assíncrona - Binário

- Coordenadas αβ

$$T = \frac{1}{2} i_{\alpha\beta r}^{T} \frac{\partial L_{sr}^{T}(\theta)}{\partial \theta} i_{\alpha\beta s}$$

- Coordenadas dq

$$T = M\left(i_{sq} i_{rd} - i_{sd} i_{rq}\right) = \frac{M}{L_r}\left(i_{sq} \psi_{rd} - i_{sd} \psi_{rq}\right)$$

Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo

- No início da década de 70 (1972), Blaschke introduziu os princípios do controlo da máquina de indução por orientação de campo.
- Este trabalho foi inspirado no comportamento dinâmico da máquina de corrente contínua de excitação independente, onde existe, para a máquina ideal, um desacoplamento magnético entre as correntes do circuito indutor e induzido.
- A ideia será introduzir um desacoplamento semelhante na máquina assíncrona.

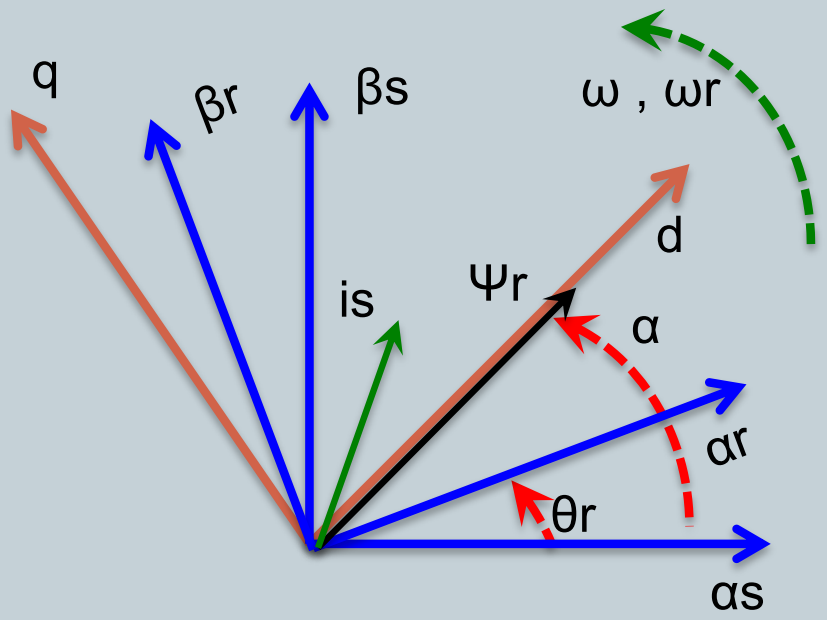
Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo

$$
\begin{cases}
\dfrac{di_{sd}}{dt} = \dfrac{1}{\sigma L_s} u_{sd} - \left(\dfrac{1}{\sigma \tau_s} + \dfrac{M^2}{\sigma \tau_r L_s L_r} \right) i_{sd} + \omega_1 i_{sq} + \dfrac{M}{\sigma \tau_r L_s L_r} \psi_{rd} + \dfrac{M}{\sigma L_s L_r} \omega \psi_{rq} \\
\dfrac{di_{sq}}{dt} = \dfrac{1}{\sigma L_s} u_{sq} - \left(\dfrac{1}{\sigma \tau_s} + \dfrac{M^2}{\sigma \tau_r L_s L_r} \right) i_{sq} - \omega_1 i_{sd} + \dfrac{M}{\sigma \tau_r L_s L_r} \psi_{rq} - \dfrac{M}{\sigma L_s L_r} \omega \psi_{rd} \\
\dfrac{d\psi_{rd}}{dt} = \dfrac{M}{\tau_r} i_{sd} - \dfrac{1}{\tau_r} \psi_{rd} + \omega_2 \psi_{rq} \\
\dfrac{d\psi_{rq}}{dt} = \dfrac{M}{\tau_r} i_{sq} - \dfrac{1}{\tau_r} \psi_{rq} - \omega_2 \psi_{rd}
\end{cases}
$$

$$
J \frac{d\omega}{dt} = T - T_{\text{carga}}
$$

$$
T = \frac{M}{L_r} \left(i_{sq} \psi_{rd} - i_{sd} \psi_{rq} \right)
$$

Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo



θr – posição do rotor
α – posição do referencial dq
ωr - velocidade angular eléctrica do rotor
ω - velocidade angular eléctrica do vector de fluxo ligado com o rotor

- O primeiro objectivo é fazer coincidir o eixo d do referencial girante com o fluxo rotórico, rodando à velocidade deste

$$\begin{vmatrix} \psi_{rd} = \psi_r \\ \psi_{rq} = 0 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} \omega = \dfrac{d\alpha}{dt} \\ \omega_r = \dfrac{d\theta_r}{dt} \end{vmatrix}$$

Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo

$$
\begin{cases}
\dfrac{di_{sd}}{dt} = \dfrac{1}{\sigma L_s} u_{sd} - \left(\dfrac{1}{\sigma \tau_s} + \dfrac{1-\sigma}{\sigma \tau_r} \right) i_{sd} + \omega i_{sq} + \dfrac{1-\sigma}{\sigma \tau_r M} \psi_r \\
\dfrac{di_{sq}}{dt} = \dfrac{1}{\sigma L_s} u_{sq} - \left(\dfrac{1}{\sigma \tau_s} + \dfrac{1-\sigma}{\sigma \tau_r} \right) i_{sq} - \omega i_{sd} - \dfrac{1-\sigma}{\sigma M} \omega_r \psi_r \\
\dfrac{d\psi_r}{dt} = \dfrac{M}{\tau_r} i_{sd} - \dfrac{1}{\tau_r} \psi_r \\
0 = \dfrac{M}{\tau_r} i_{sq} - (\omega - \omega_r) \psi_r
\end{cases}
$$

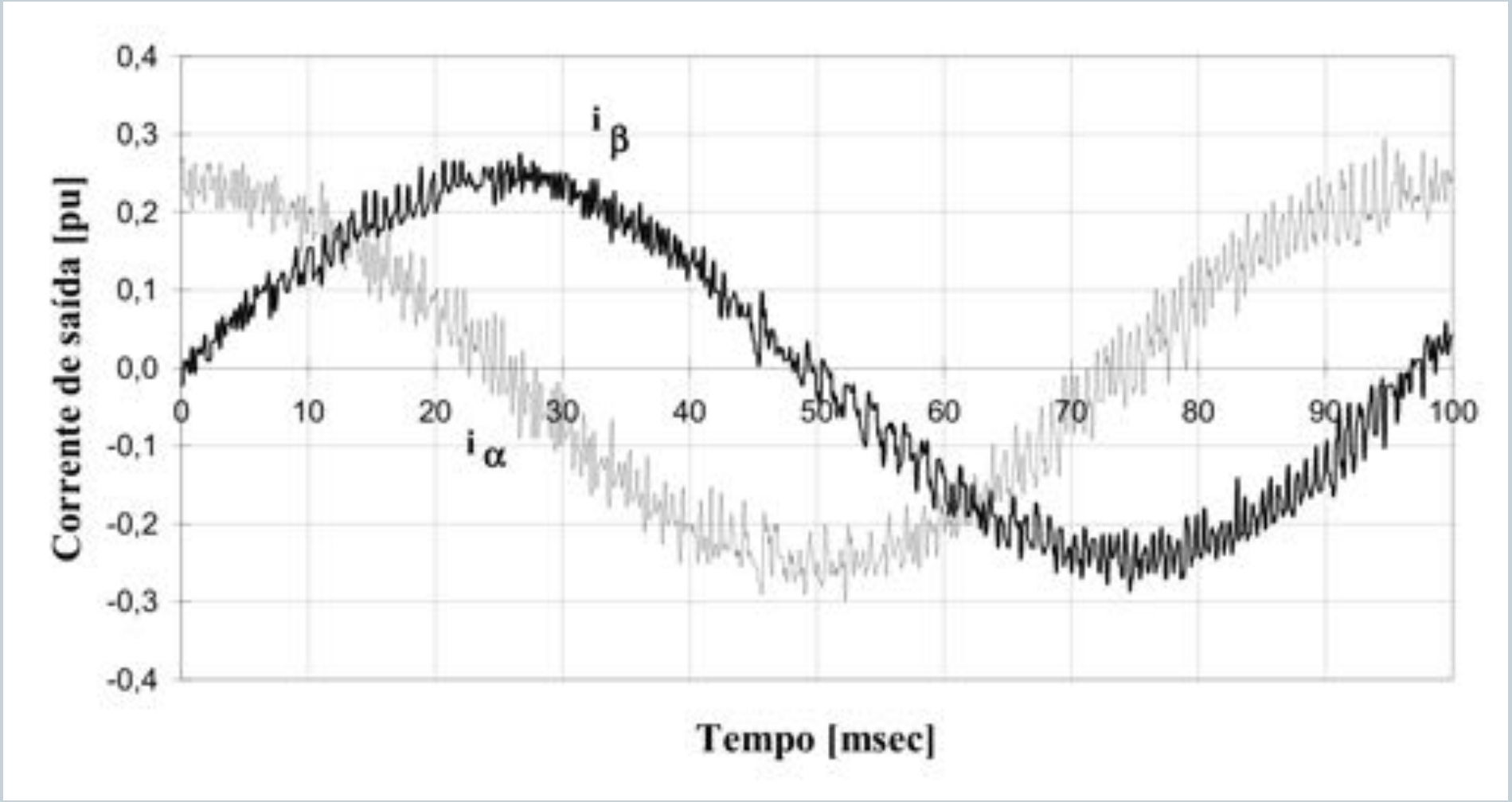
$$
J \frac{d\omega}{dt} = T - T_{\text{carga}}
$$

$$
T = \frac{M}{L_r} i_{sq} \psi_r
$$

Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo

- Por razões de ordem prática, como sejam a protecção dos circuitos da máquina e a simplificação da sua dinâmica, opta-se por efectuar o controlo das correntes fornecidas pelo conversor electrónico de potência.
- O controlo considerado para o conversor electrónico de potência apresenta bons resultados, nas condições da sua existência, quando aplicado ao controlo das correntes que alimentam a máquina assíncrona, pelo que é possível assumir um efectivo controlo das mesmas.

Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo



Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo

$$
\begin{cases}
\dfrac{di_{sd}}{dt} = \dfrac{1}{\sigma L_s} u_{sd} - \left(\dfrac{1}{\sigma\tau_s} + \dfrac{1-\sigma}{\sigma\tau_r} \right) i_{sd} + \omega i_{sq} + \dfrac{1-\sigma}{\sigma\tau_r M} \psi_r \\
\dfrac{di_{sq}}{dt} = \dfrac{1}{\sigma L_s} u_{sq} - \left(\dfrac{1}{\sigma\tau_s} + \dfrac{1-\sigma}{\sigma\tau_r} \right) i_{sq} - \omega i_{sd} - \dfrac{1-\sigma}{\sigma M} \omega_r \psi_r \\
\dfrac{d\psi_r}{dt} = \dfrac{M}{\tau_r} i_{sd} - \dfrac{1}{\tau_r} \psi_r \\
0 = \dfrac{M}{\tau_r} i_{sq} - (\omega - \omega_r) \psi_r
\end{cases}
$$

$$
J \frac{d\omega}{dt} = T - T_{\text{carga}}
$$

$$
T = \frac{M}{L_r} i_{sq} \psi_r
$$

Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo

$$\frac{d\psi_r}{dt} = \frac{M}{\tau_r} i_{sd} - \frac{1}{\tau_r}\psi_r$$

$$\omega = \omega_r + \frac{M i_{sq}}{\tau_r \psi_r}$$

$$T = \frac{M}{L_r} i_{sq} \psi_r$$

- i_{sd} é utilizada para controlar o fluxo
- Em regime estacionário ($i_{sd}=I_{sd}$) obtem-se $\Psi_r=MI_{sd}$
- O binário depende assim de isq
- Existe aqui o desejado desacoplamento
- No entanto, é obrigatório conhecer a posição EXACTA do referecial dq

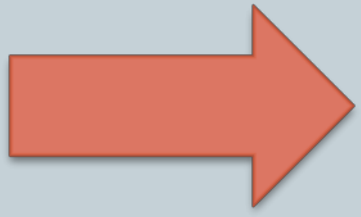
Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo

- A técnica de controlo FOC baseia-se em impôr um fluxo constante e controlar o binário por forma a obter o desempenho mecânico desejado

$$\frac{d\psi_r}{dt} = \frac{M}{\tau_r} i_{sd} - \frac{1}{\tau_r}\psi_r$$

$$\omega = \omega_r + \frac{M i_{sq}}{\tau_r \psi_r}$$

$$T = \frac{M}{L_r} i_{sq} \psi_r$$



$$i_{sd}^{REF} = \frac{\psi_r^{REF}}{M} = cte$$

$$i_{sq}^{REF} = \frac{T^{REF} L_r}{M \psi_r^{REF}}$$

Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo

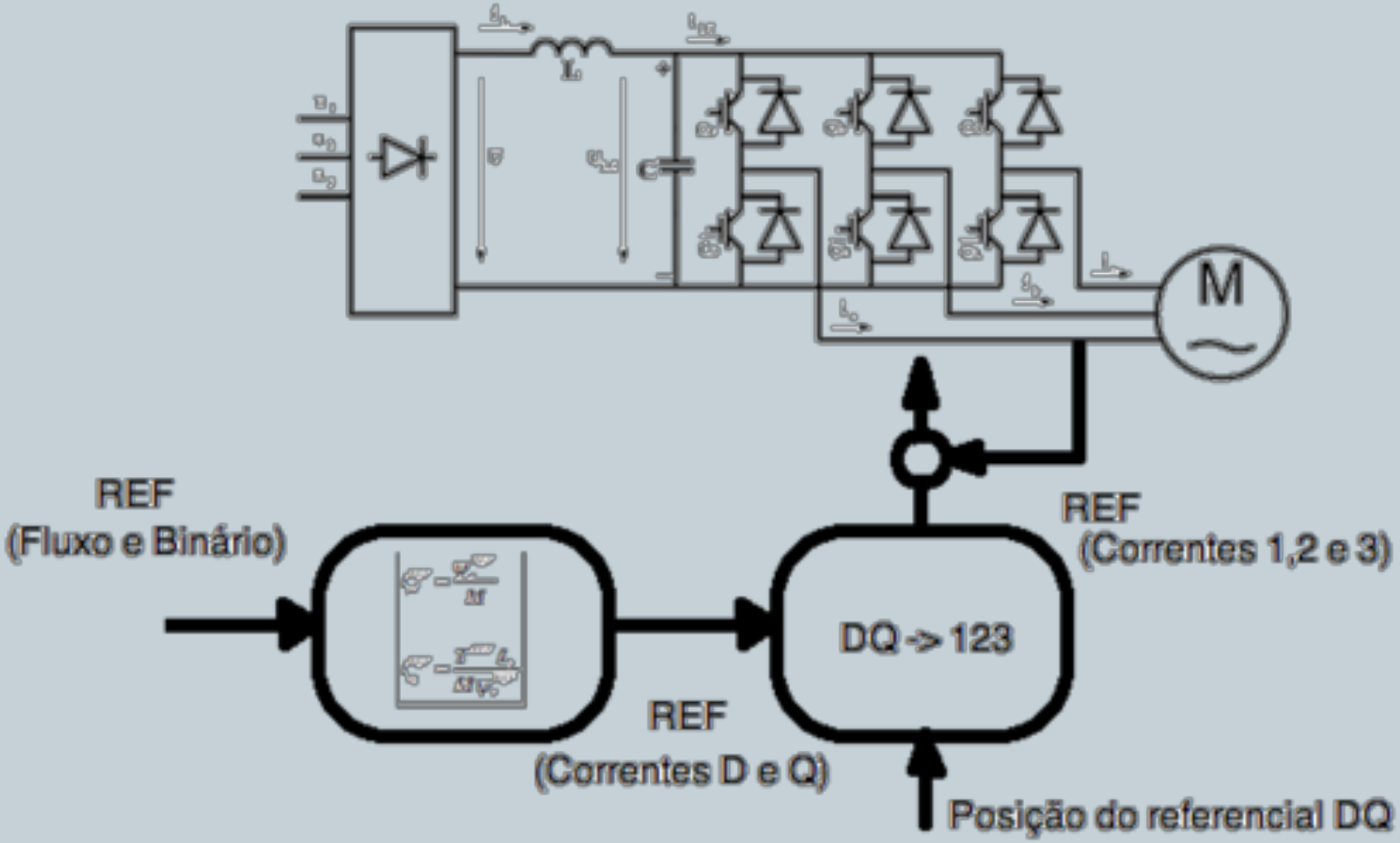
- O fluxo evolui com uma dinâmica de 1ª ordem (rápida, pois depende de τ_r), e o binário é imposto pela componente Q da corrente estatórica
- Sabendo a posição do referencial DQ é "fácil" obter os valores necessários das correntes estatóricas

$$i_{s1}^{REF} = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(i_{sd}^{REF}\cos(\alpha) - i_{sq}^{REF}\sin(\alpha)\right)$$

$$i_{s2}^{REF} = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(i_{sd}^{REF}\cos\left(\alpha - 2\pi/3\right) - i_{sq}^{REF}\sin\left(\alpha - 2\pi/3\right)\right)$$

$$i_{s3}^{REF} = \sqrt{\frac{2}{3}}\left(i_{sd}^{REF}\cos\left(\alpha + 2\pi/3\right) - i_{sq}^{REF}\sin\left(\alpha + 2\pi/3\right)\right)$$

Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo



Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo

- Qual a posição exacta do referencial?

$$\frac{d\psi_r}{dt} = \frac{M}{\tau_r} i_{sd} - \frac{1}{\tau_r}\psi_r$$

$$\omega = \omega_r + \frac{Mi_{sq}}{\tau_r \psi_r}$$

$$T = \frac{M}{L_r} i_{sq} \psi_r$$

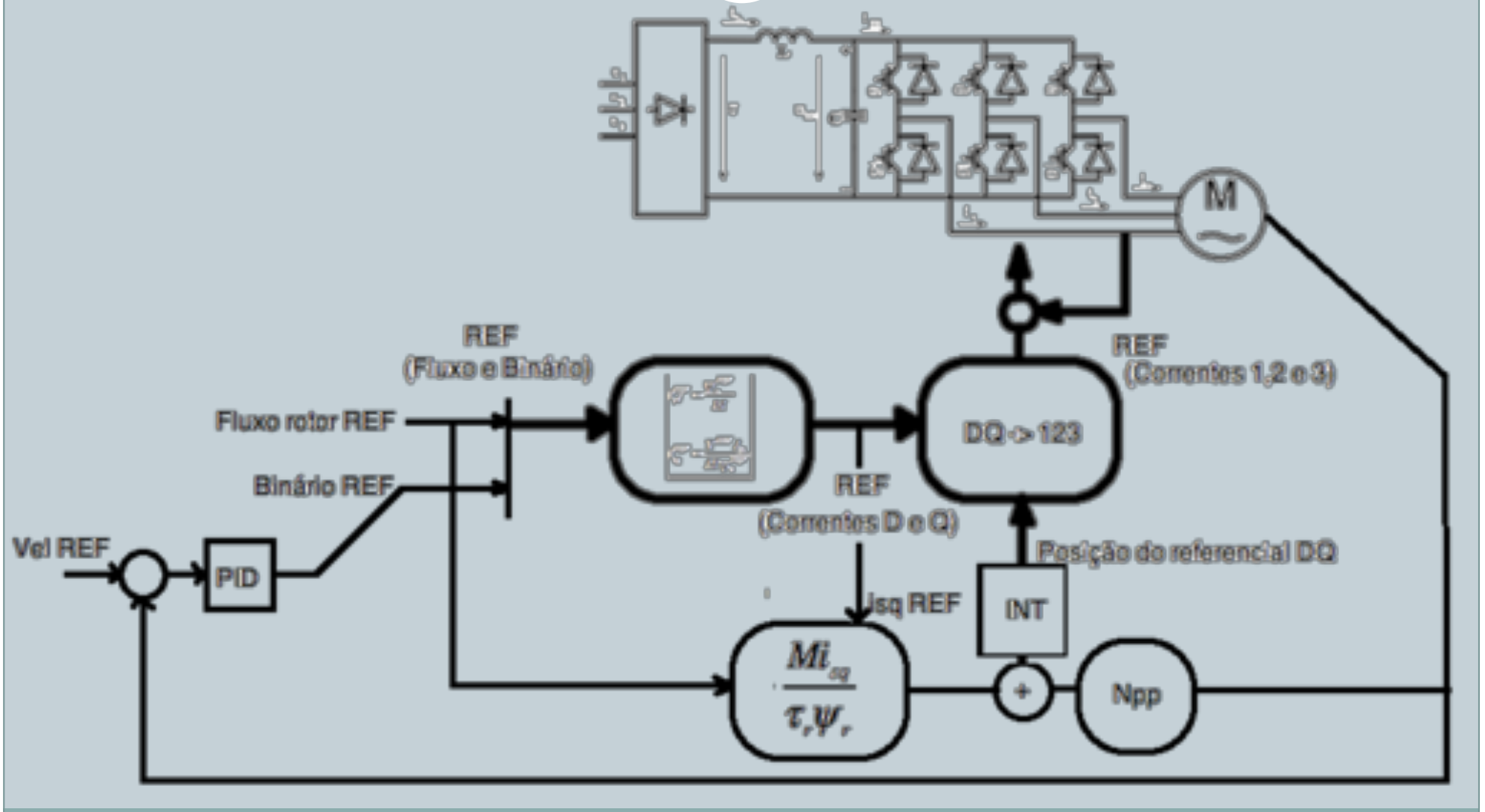
$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \omega_r + \frac{Mi_{sq}}{\tau_r \psi_r}$$

$$\hat{\alpha}(t) = \hat{\alpha}_0 + \int_0^t \left(\omega_r + \frac{Mi_{sq}}{\tau_r \psi_r} \right) dt$$

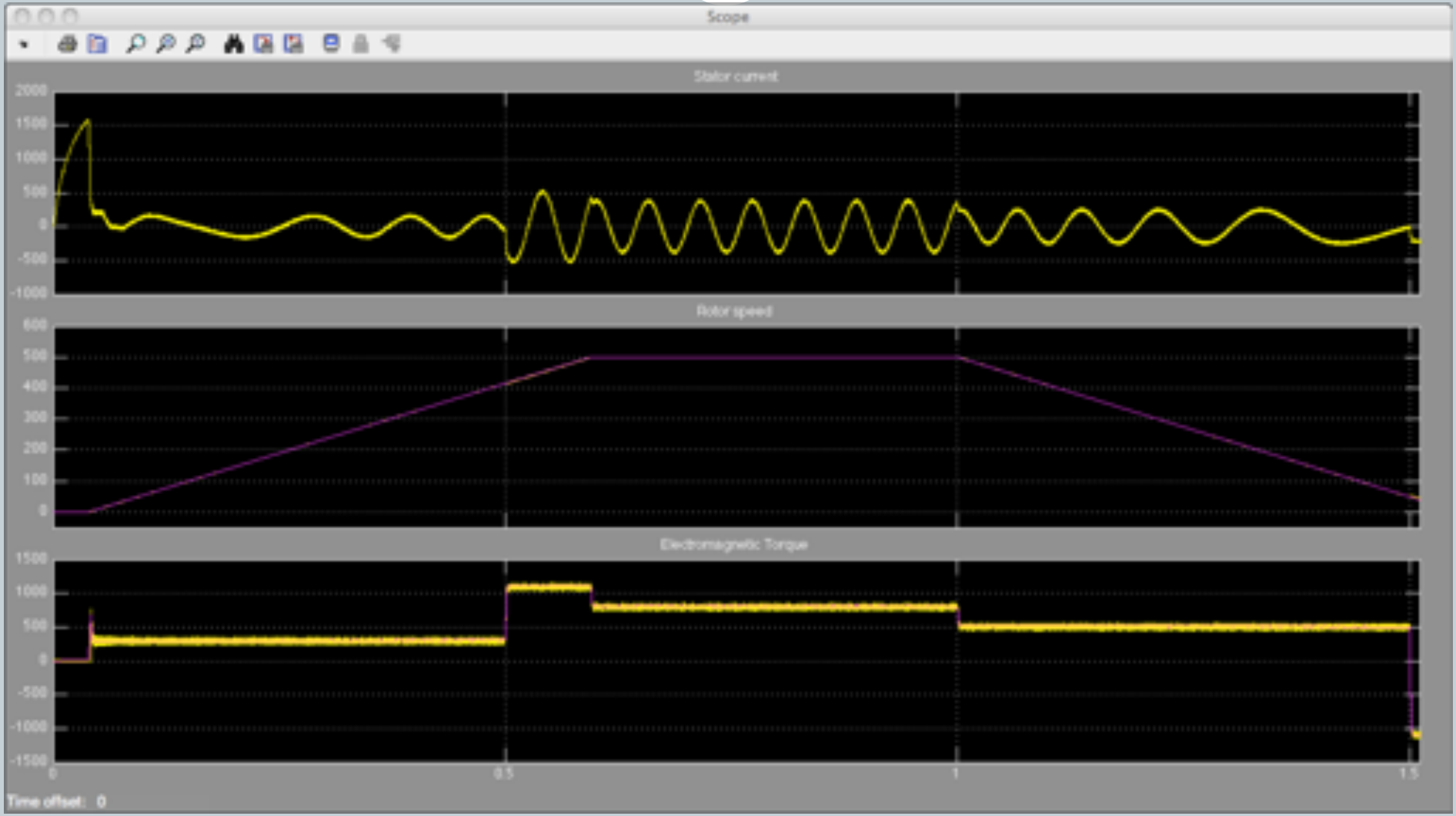
Observador de α(t) ——

$$\hat{\alpha}(t) = \hat{\alpha}_0 + \int_0^t \left(\omega_r + \frac{Mi_{sq}^{REF}}{\tau_r \psi_r^{REF}} \right) dt$$

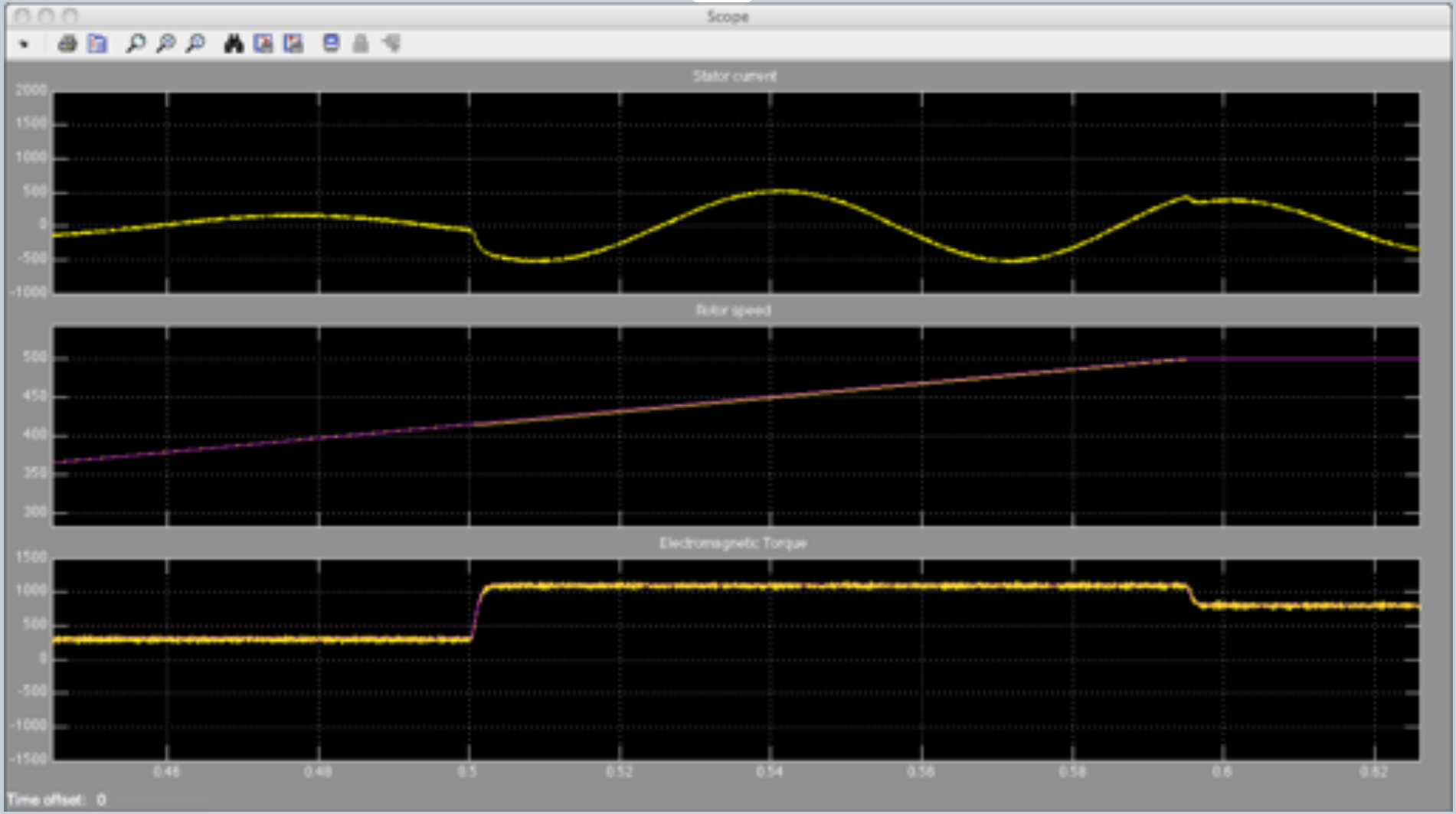
Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo



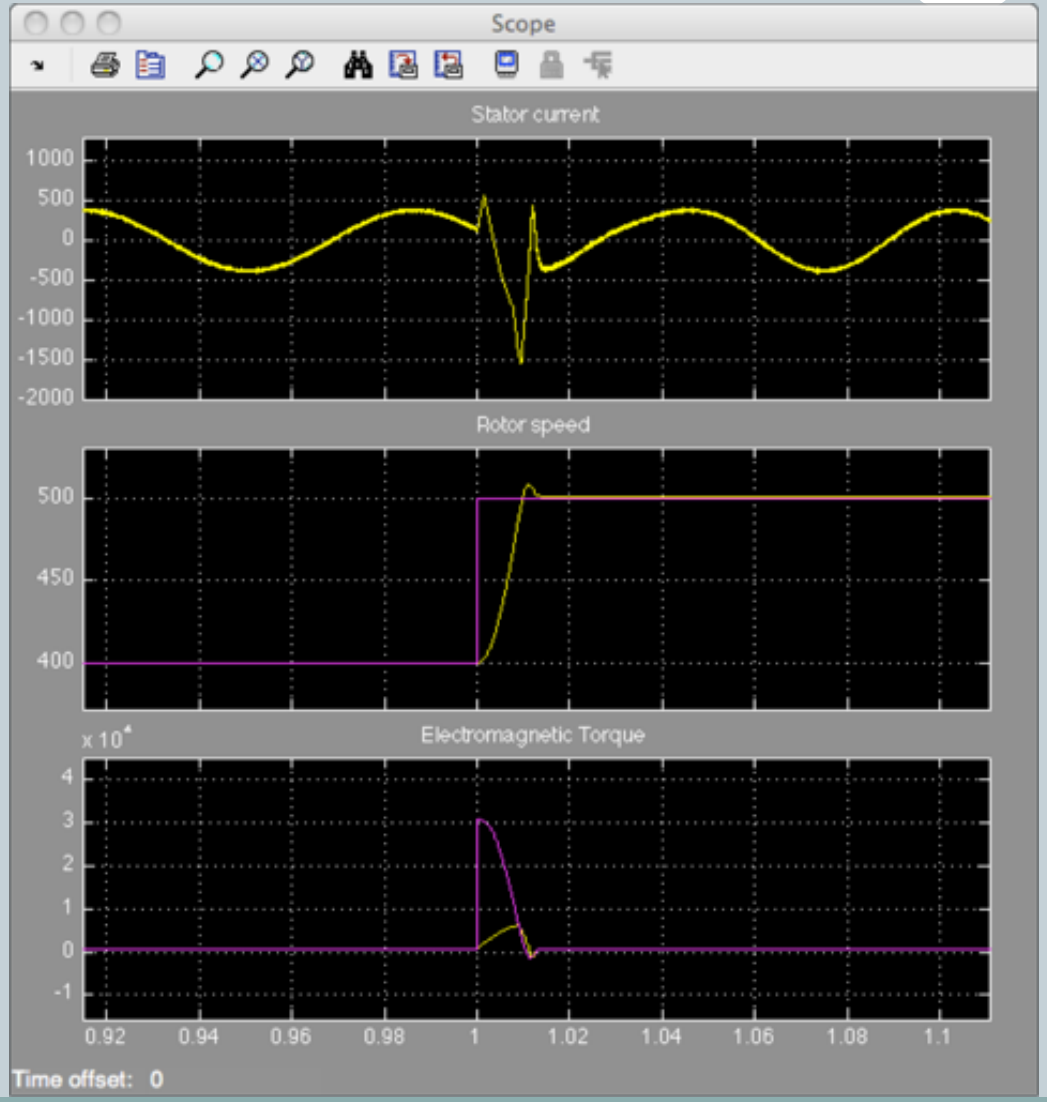
Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo



Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo



Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo

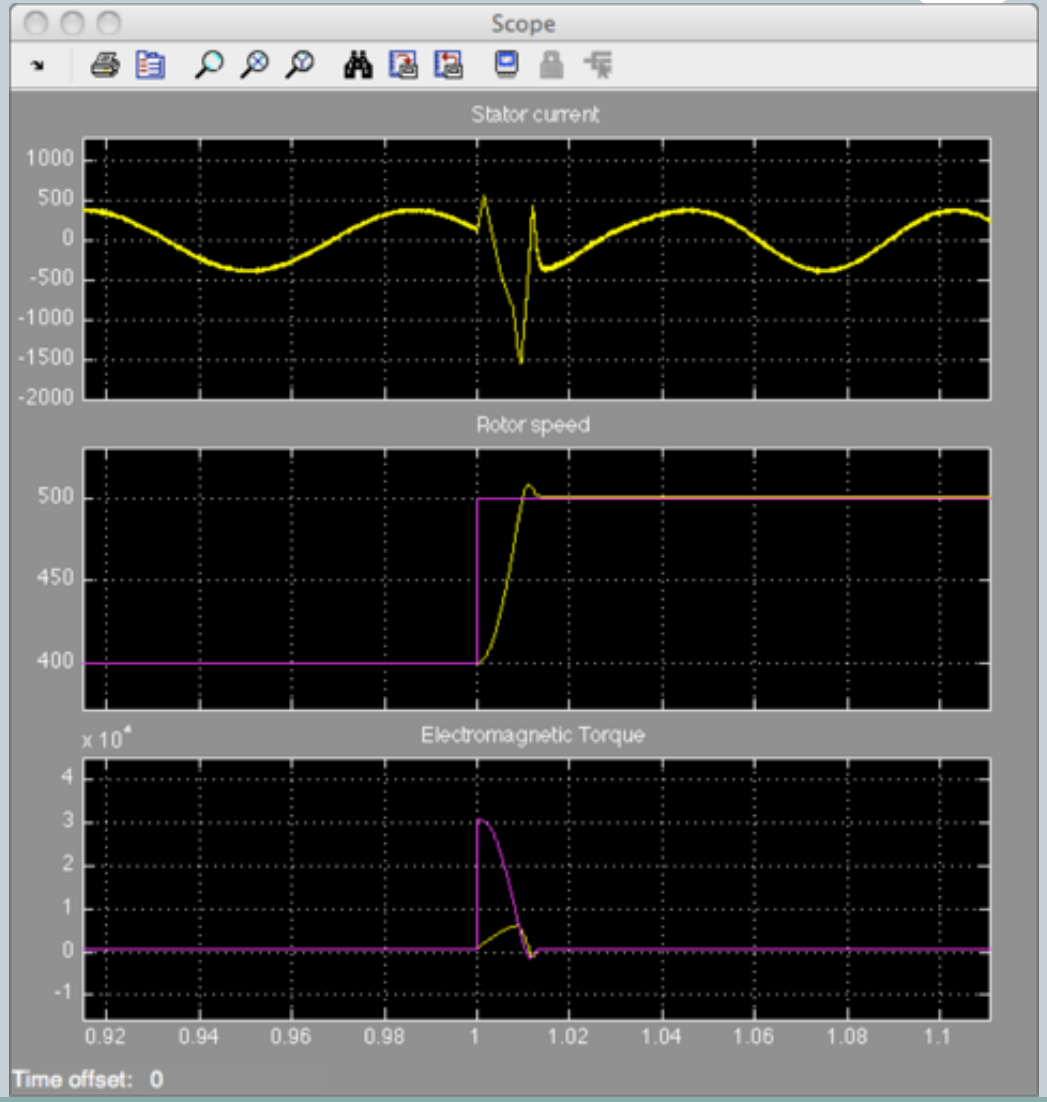


Motor

S=150 kVA
Uc=460 V

J=3,1 kgm^2
Kd=0,08
Nms

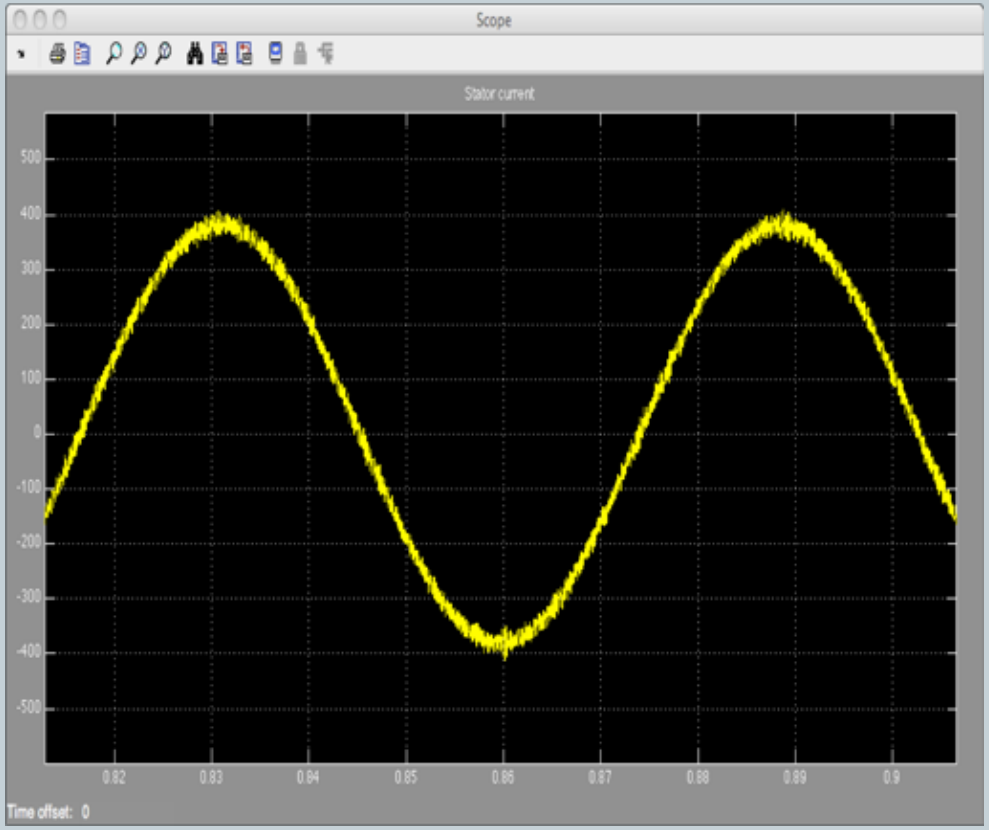
Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo



Limitações

- Aceleração máxima
- Desaceleração máxima (imposição de rampas nas variações de velocidade)
- Binário máximo
- Binário mínimo (travagem)
- Histerese no controlo de corrente
- Frequência máxima de comutação

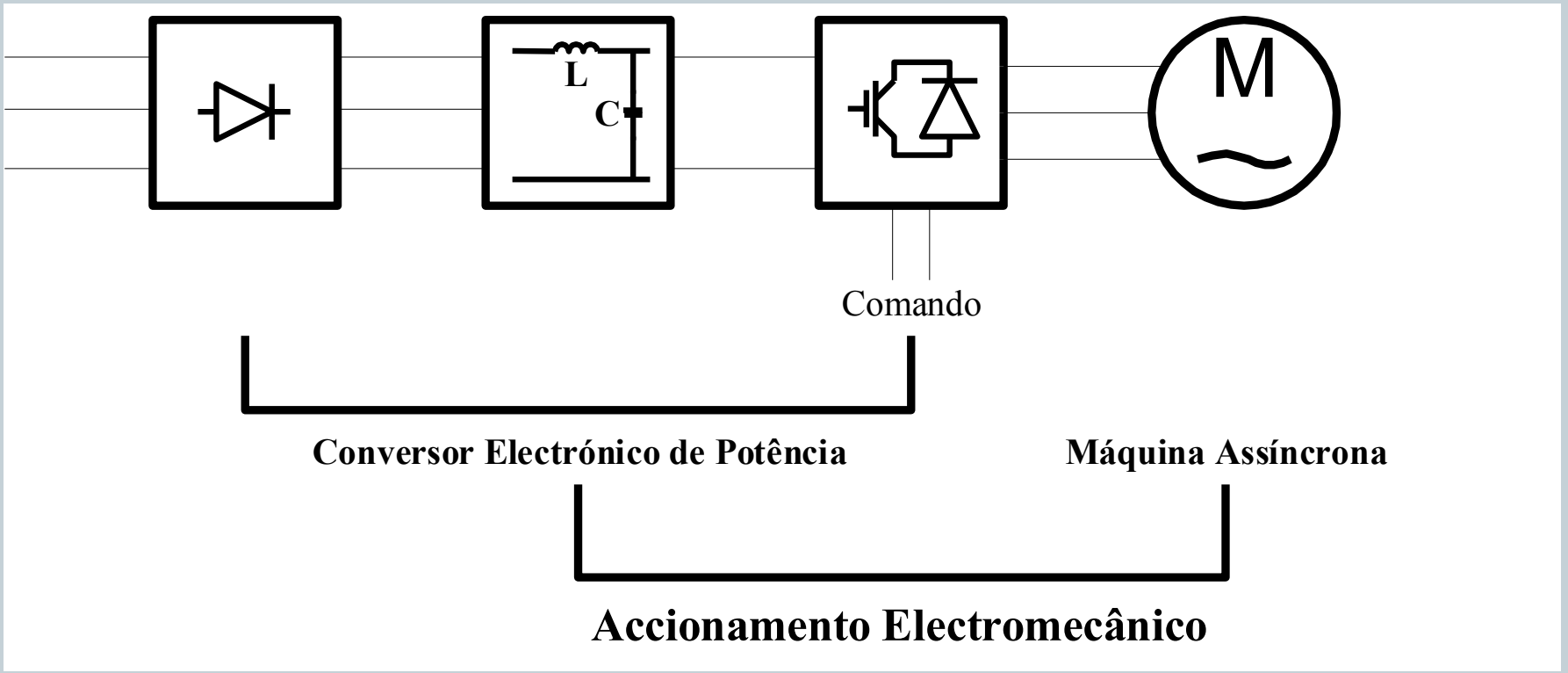
Controlo da máquina assíncrona
FOC – Controlo por orientação de campo



Limitações

- Aceleração máxima
- Desaceleração máxima (imposição de rampas nas variações de velocidade)
- Binário máximo
- Binário mínimo (travagem)
- **Histerese no controlo de corrente**
- **Frequência máxima de comutação**

Controlo da máquina assíncrona
Ondulador de Tensão

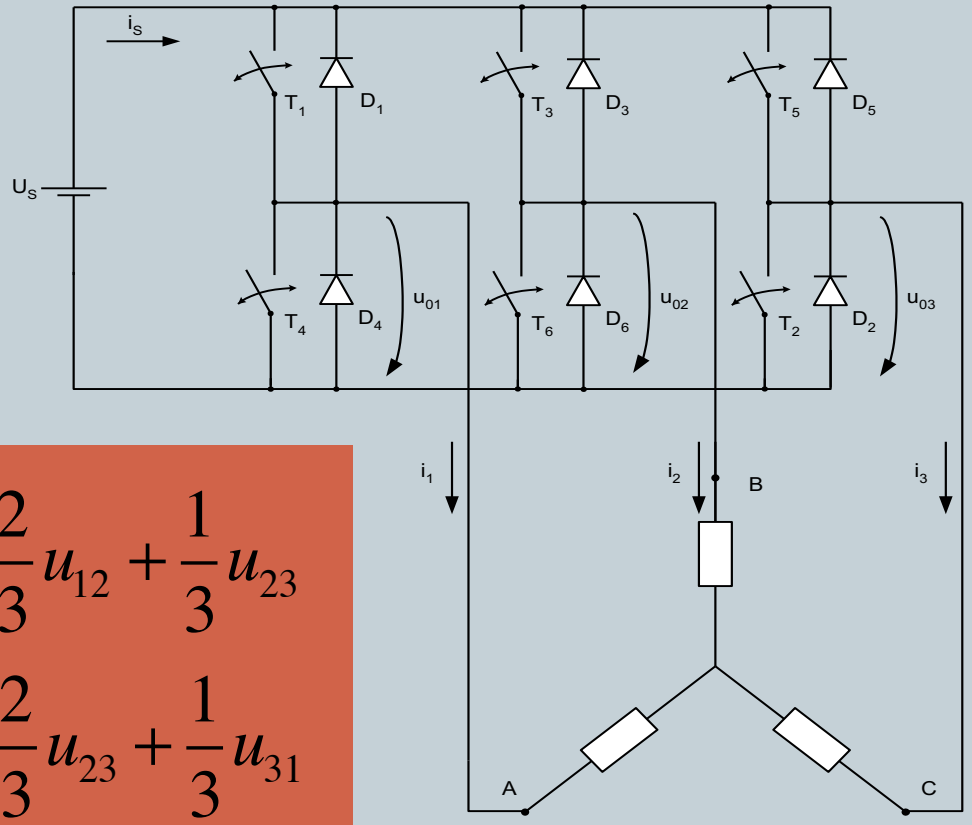


Controlo da máquina assíncrona
Ondulador de Tensão

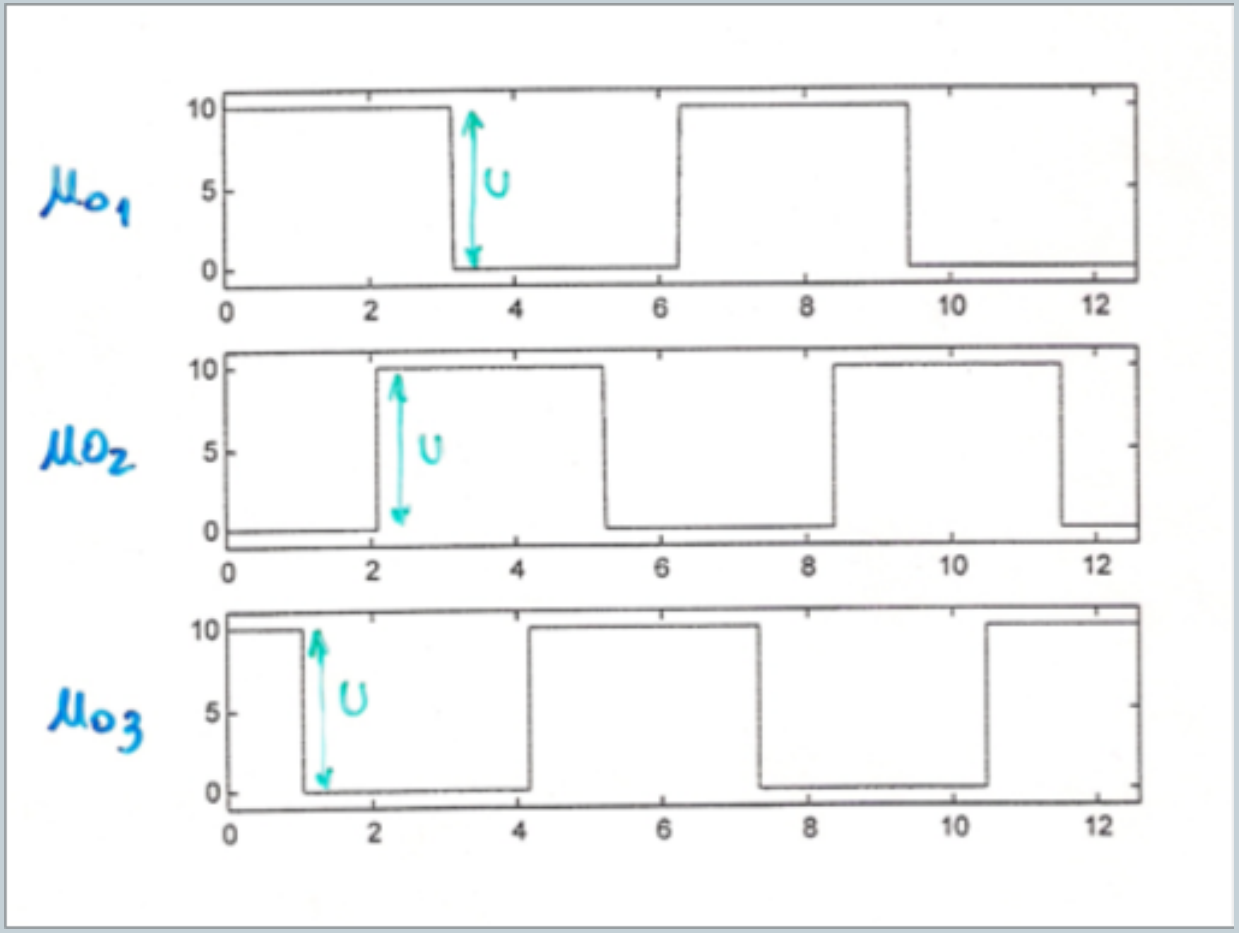
$$\begin{cases} u_{12} = u_{01} - u_{02} \\ u_{23} = u_{02} - u_{03} \\ u_{31} = u_{02} - u_{01} \end{cases}$$

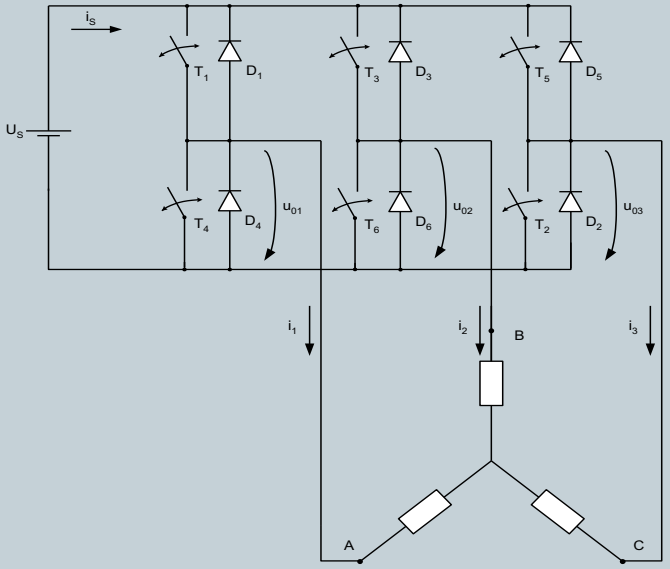
$$\begin{cases} u_{1N} + u_{2N} + u_{3N} = 0 \\ u_{12} = u_{1N} - u_{2N} \\ u_{23} = u_{2N} - u_{3N} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{1N} = \frac{2}{3}u_{12} + \frac{1}{3}u_{23} \\ u_{2N} = \frac{2}{3}u_{23} + \frac{1}{3}u_{31} \\ u_{3N} = \frac{2}{3}u_{31} + \frac{1}{3}u_{12} \end{cases}$$

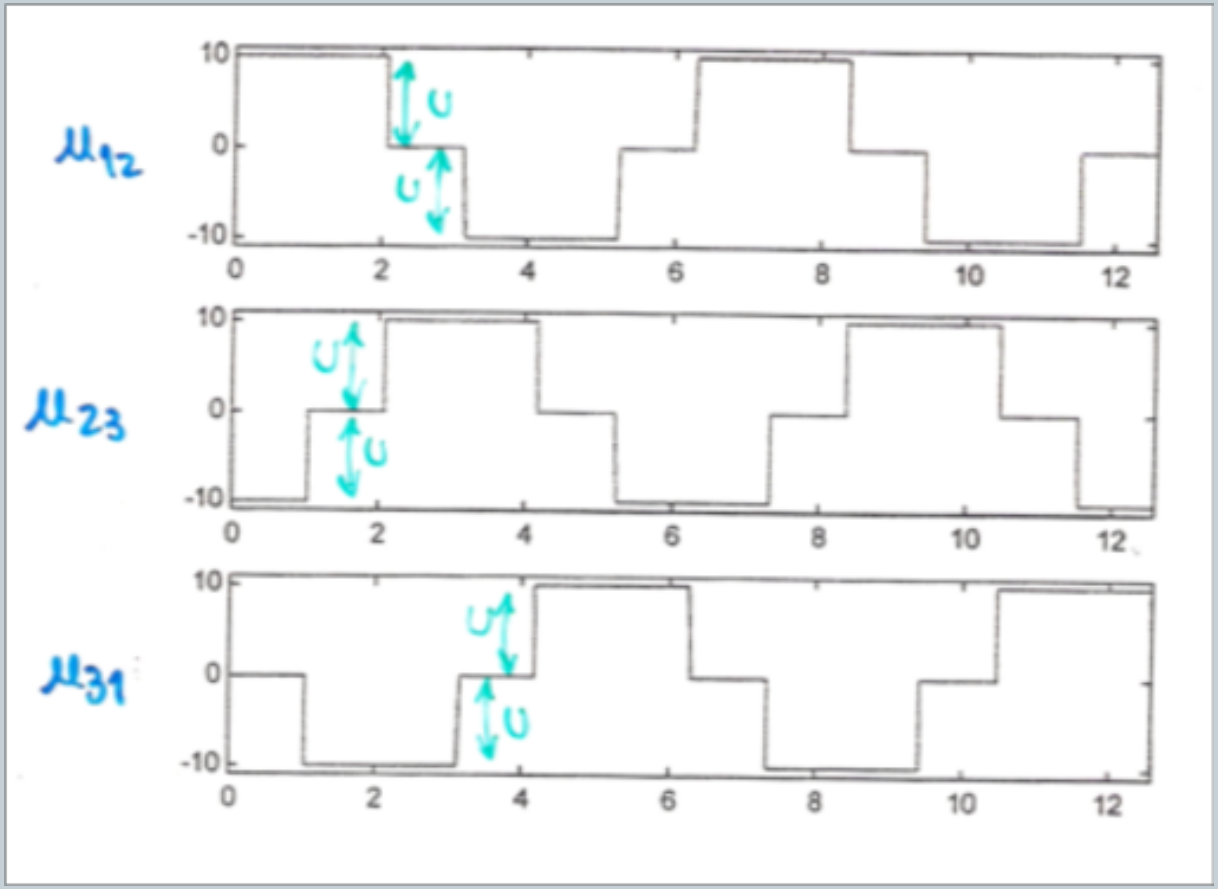


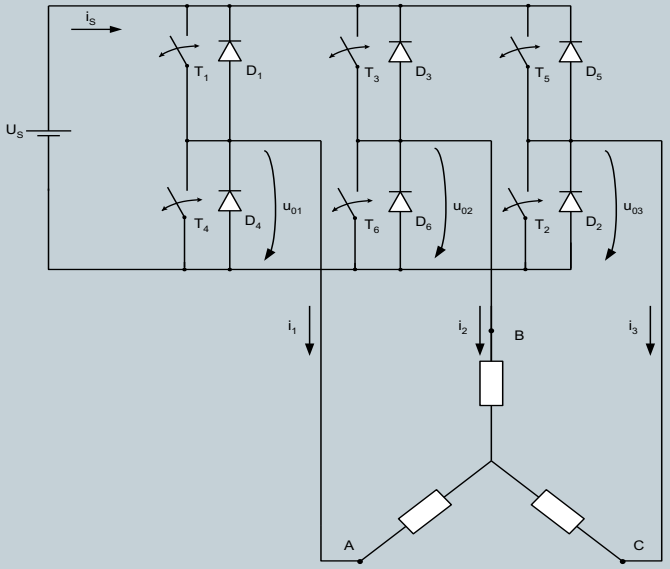
Controlo da máquina assíncrona
Ondulador de Tensão



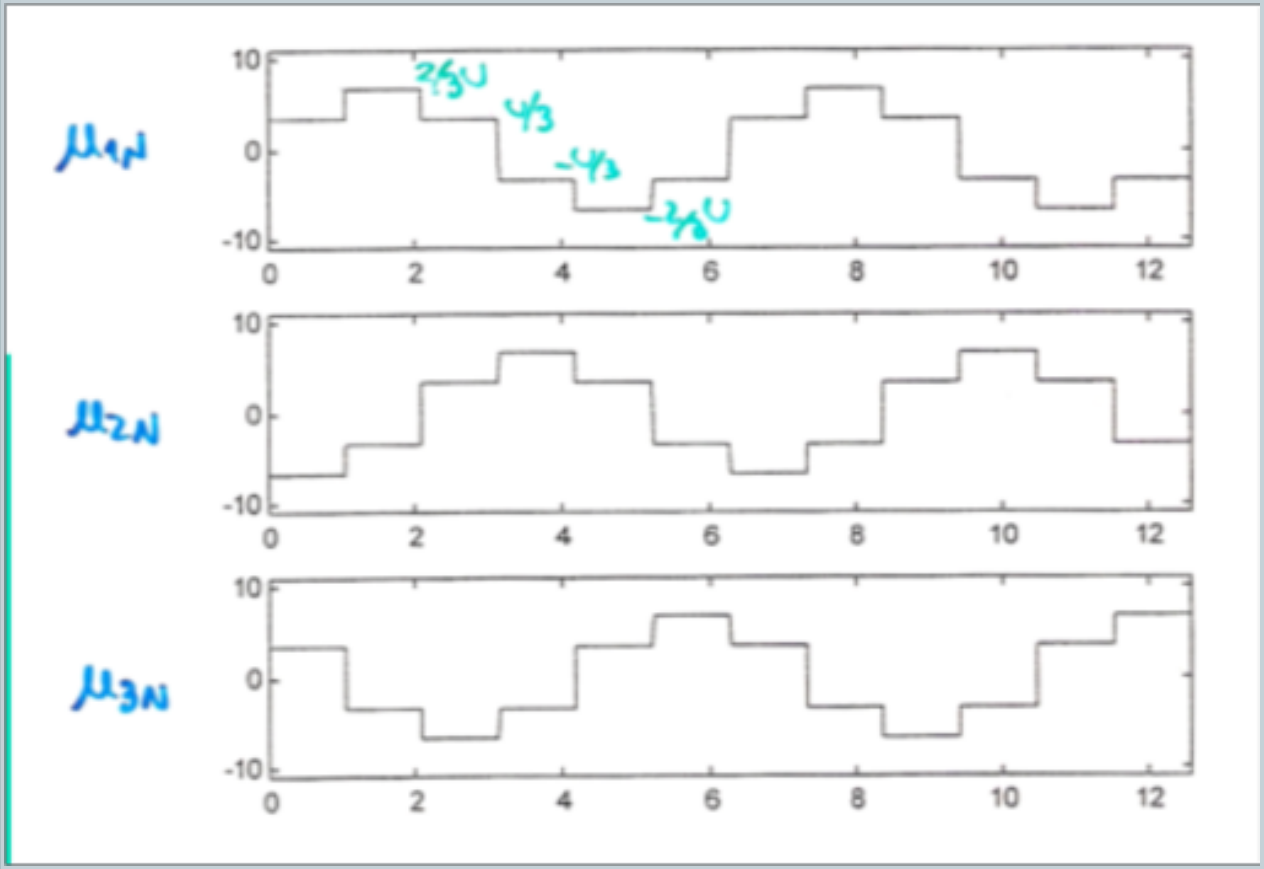


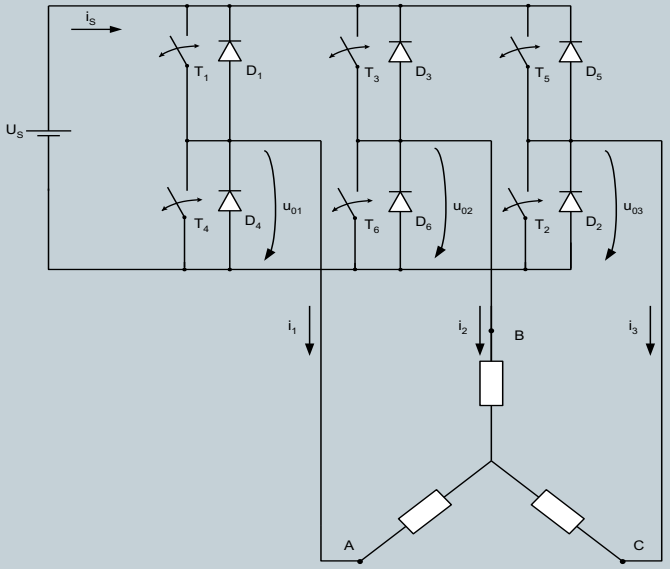
Controlo da máquina assíncrona
Ondulador de Tensão





Controlo da máquina assíncrona
Ondulador de Tensão

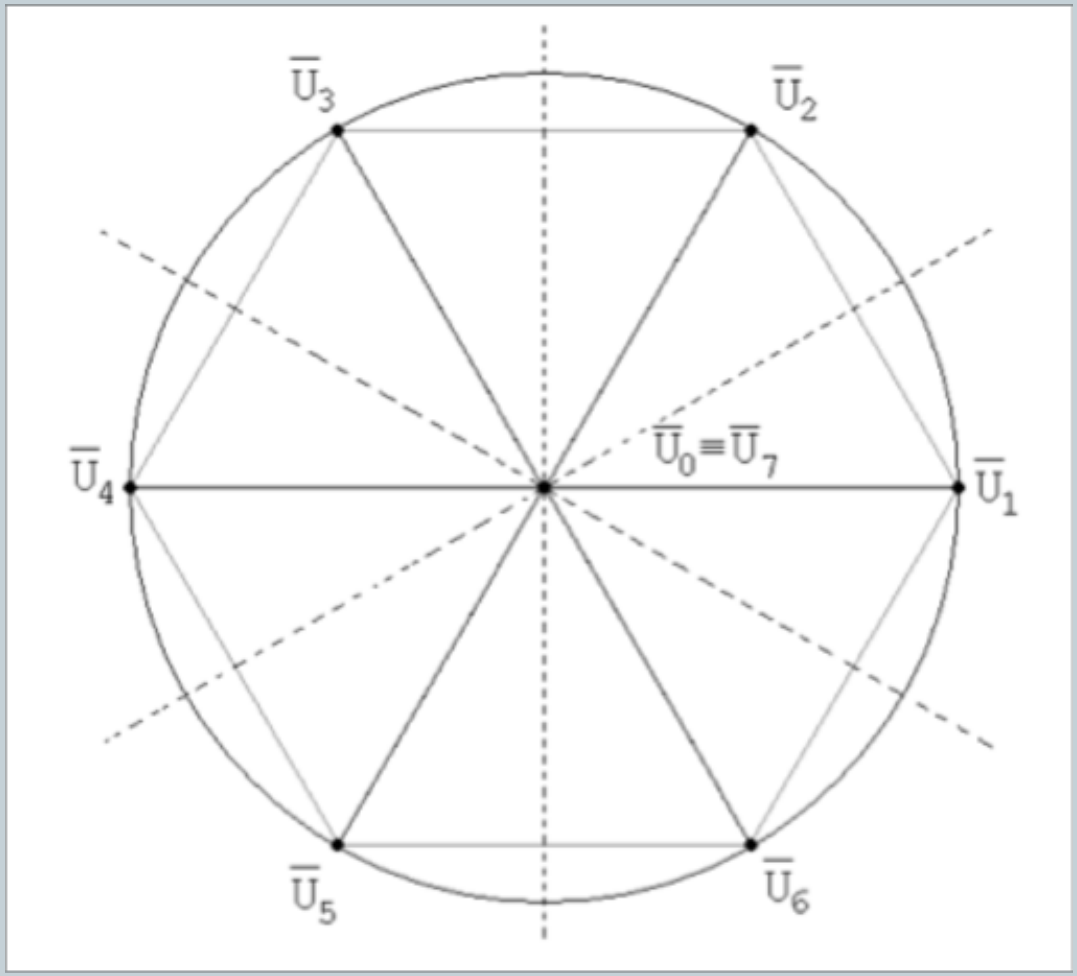




Controlo da máquina assíncrona
Ondulador de Tensão

Estado	A	B	C	U1n	U2n	U3n	Udq	arg
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	-1/3E	-1/3E	2/3E	√(2/3)E	-120
2	0	1	0	-1/3E	2/3E	-1/3E	√(2/3)E	120
3	0	1	1	-2/3E	1/3E	1/3E	√(2/3)E	180
4	1	0	0	2/3E	-1/3E	-1/3E	√(2/3)E	0
5	1	0	1	1/3E	-2/3E	1/3E	√(2/3)E	-60
6	1	1	0	1/3E	1/3E	-2/3E	√(2/3)E	60
7	1	1	1	0	0	0	0	0

Controlo da máquina assíncrona
Ondulador de Tensão



Controlo da máquina assíncrona
DTC– Direct Torque Control

- O método de controlo para accionamentos de velocidade variável conhecido por Direct Torque Control (DTC) foi introduzido em 1984 por Takahashi e Noguchi.
- O princípio de funcionamento do DTC baseia-se no facto de ser possível afectar o binário electromagnético através do vector espacial de fluxo ligado do estator e este a partir do vector espacial de tensão no estator.

Controlo da máquina assíncrona
DTC– Direct Torque Control

- Num referencial dq genérico, considerando como variáveis de estado os fluxos (estatórico e rotórico) obtem-se

$$T = \frac{M}{\sigma L_r L_s}\left(\psi_{sq}\psi_{rd} - \psi_{sd}\psi_{rq}\right) =$$

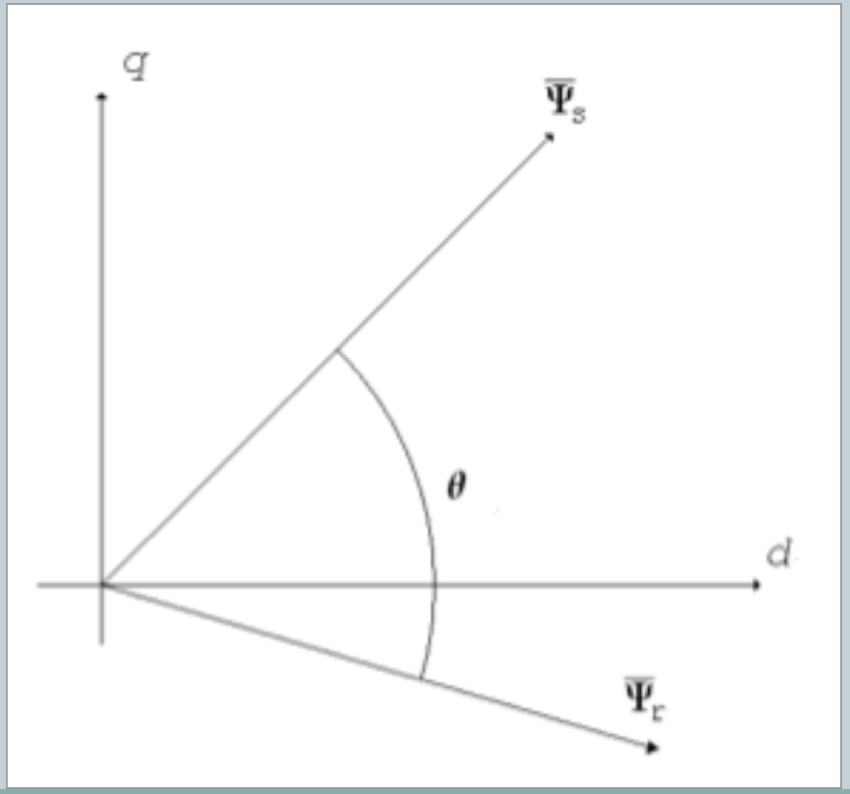
$$= \frac{M}{\sigma L_r L_s}\mathrm{Re}\left\{ j\bar{\psi}_{rdq} \times \left(\bar{\psi}_{sdq}\right)^{*} \right\} =$$

$$= \frac{M}{\sigma L_r L_s}\left(\bar{\psi}_{rdq} \times \bar{\psi}_{sdq}\right) =$$

$$= \frac{M}{\sigma L_r L_s}\left|\bar{\psi}_{rdq}\right|\left|\bar{\psi}_{sdq}\right|\sin\theta$$

Controlo da máquina assíncrona
DTC– Direct Torque Control

- Num referencial dq genérico, considerando como variáveis de estado os fluxos (estatórico e rotórico) obtem-se



$$T = \frac{M}{\sigma L_r L_s}\left(\psi_{sq}\psi_{rd} - \psi_{sd}\psi_{rq}\right) =$$

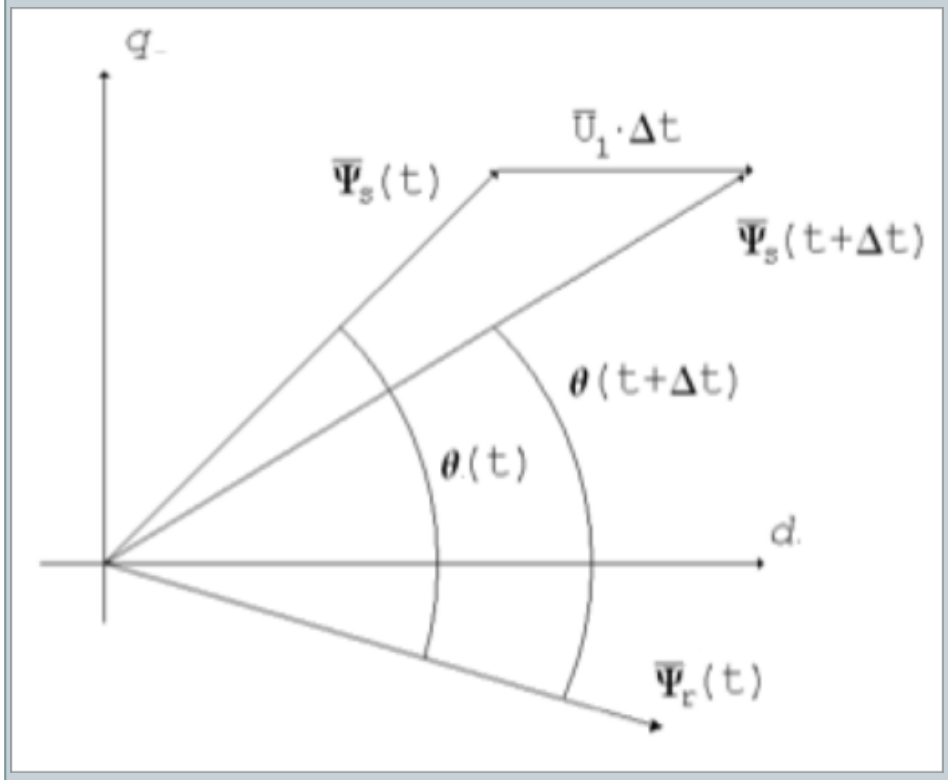
$$= \frac{M}{\sigma L_r L_s}\mathrm{Re}\left\{ j\bar{\psi}_{rdq} \times \left(\bar{\psi}_{sdq}\right)^* \right\} =$$

$$= \frac{M}{\sigma L_r L_s}\left(\bar{\psi}_{rdq} \times \bar{\psi}_{sdq}\right) =$$

$$= \frac{M}{\sigma L_r L_s}\left|\bar{\psi}_{rdq}\right|\left|\bar{\psi}_{sdq}\right|\sin\theta$$

Controlo da máquina assíncrona
DTC– Direct Torque Control

- Considerando a equação estatórica num referencial dq, obtem-se



$$\bar{u}_{sdq} = R_s \bar{i}_{sdq} + \frac{d}{dt}\left(\bar{\psi}_{sdq}\right)$$

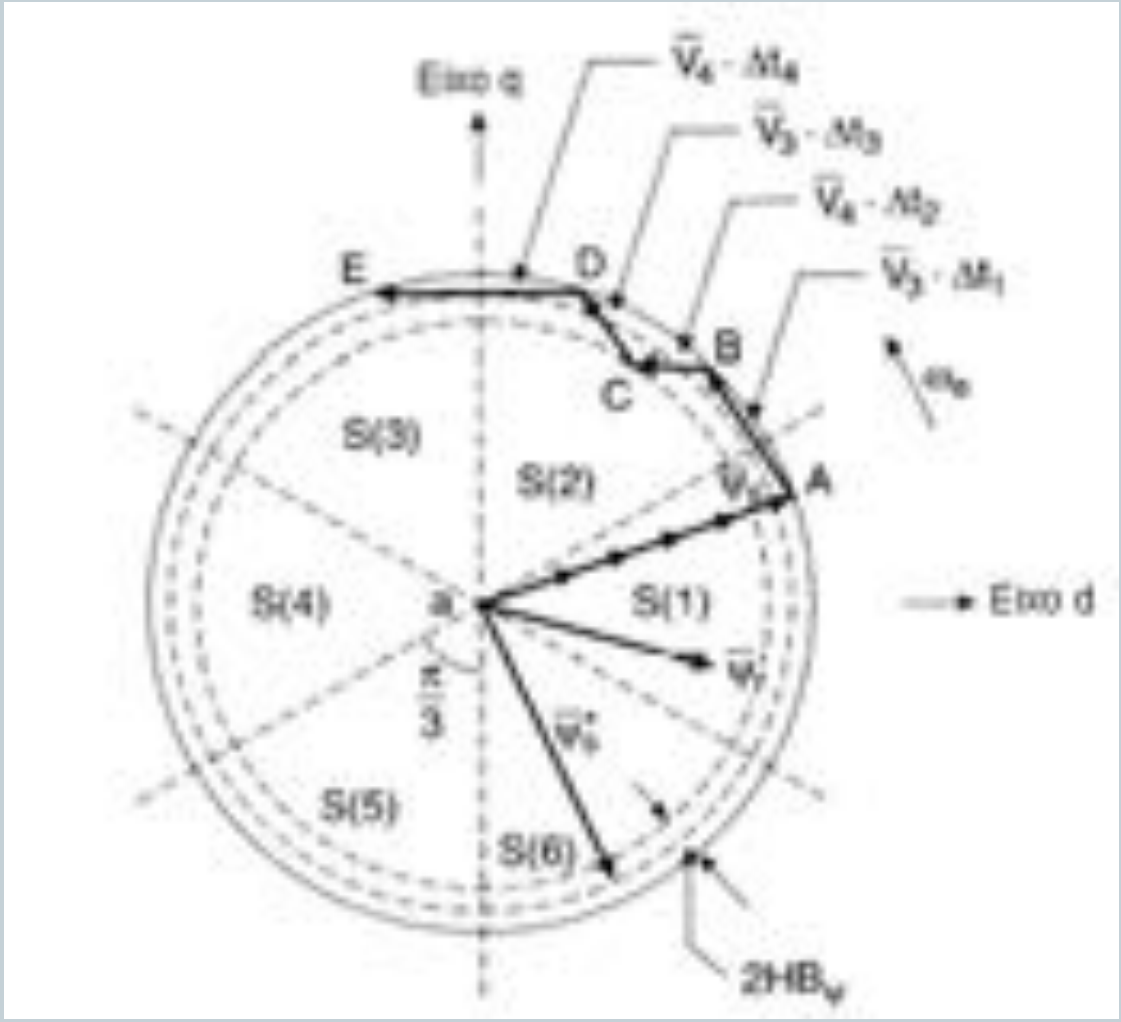
$$\bar{\psi}_{sdq} = \int \left(\bar{u}_{sdq} - R_s \bar{i}_{sdq}\right) dt$$

$$\frac{\Delta \bar{\psi}_{sdq}}{\Delta t} \cong \bar{u}_{sdq} \Leftrightarrow \Delta \bar{\psi}_{sdq} \cong \bar{u}_{sdq} \Delta t$$

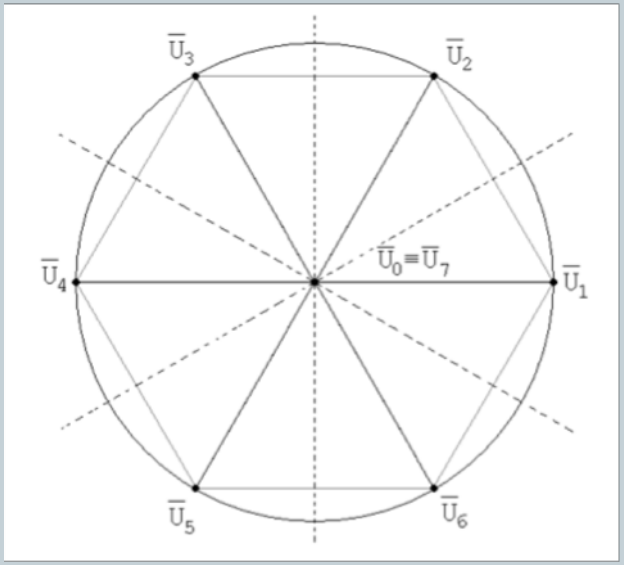
Controlo da máquina assíncrona
DTC– Direct Torque Control

- A aplicação de um vector espacial de tensão estatórico, durante um certo intervalo de tempo, permite-nos actuar sobre o fluxo estatórico
  - Actuando sobre o fluxo estatórico é possivel alterar o ângulo entre fluxos e assim actuar no binário
  - Durante Δt é necessário garantir que o fluxo rotórico não varia
    - Constante de tempo rotórica da máquina (Lr/Rr) é da ordem das décimas de segundo
    - Os períodos de comutação num ondulador de tensão são inferiores a um milisegundo
    - Assim podemos considerar que o fluxo ligado rotórico permanece inalterado perante variações do fluxo ligado estatórico

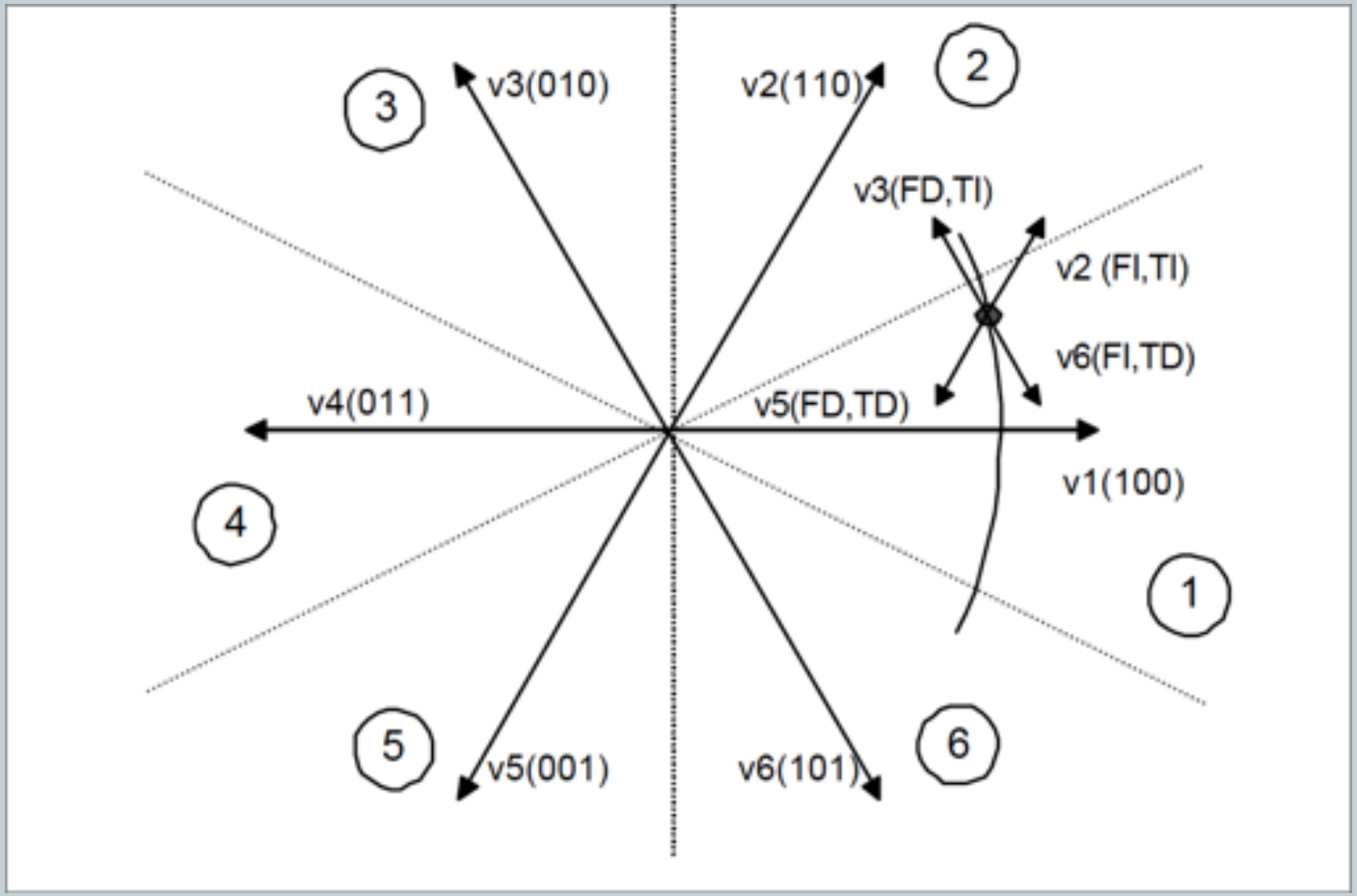
Controlo da máquina assíncrona
DTC– Direct Torque Control



Estratégia de controlo do fluxo ligado com o estator



Controlo da máquina assíncrona
DTC– Direct Torque Control



Estratégia de controlo do fluxo ligado com o estator

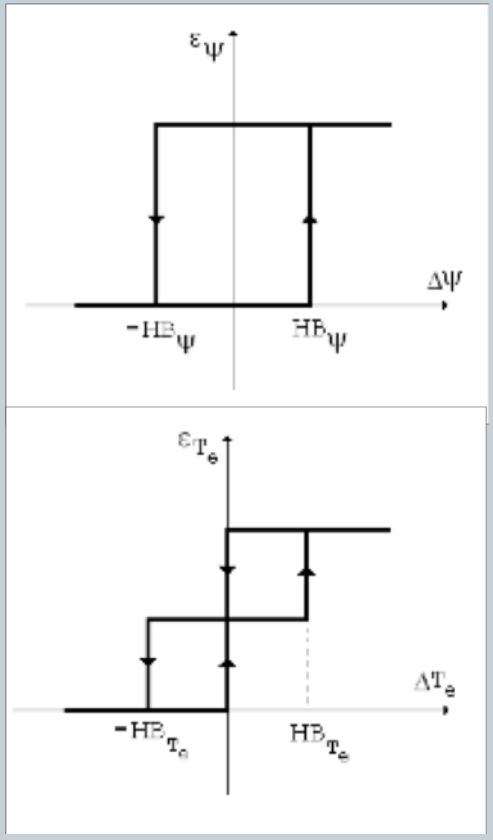
Não se considera histerese no fluxo, apenas no binário…

Controlo da máquina assíncrona
DTC– Direct Torque Control

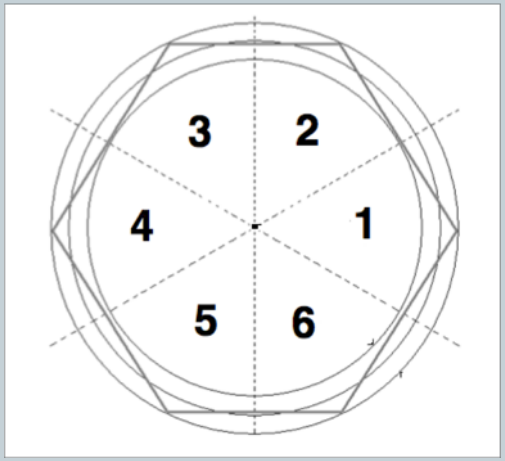
- Os valores de referência de fluxo e binário são comparados com os valores estimados, dando origem a sinais de erro

$$\varepsilon_\psi = \begin{cases} 1\,,\ \Delta\psi = \psi_{ref} - \hat{\psi} > HB_\psi \\ 0\,,\ \Delta\psi = \psi_{ref} - \hat{\psi} < -HB_\psi \end{cases}$$

$$\varepsilon_T = \begin{cases} 2\,,\ \Delta T = T_{ref} - \hat{T} > HB_T \\ 1\,,\ -HB_T < \Delta T < HB_T \\ 0\,,\ \Delta T = T_{ref} - \hat{T} < -HB_T \end{cases}$$



Controlo da máquina assíncrona
Ondulador de Tensão



εψ	εT	S1	S2	S3	S4	S5	S6
1	2	U2	U3	U4	U5	U6	U1
	1	U0	U7	U0	U7	U0	U7
	0	U6	U1	U2	U3	U4	U5
0	2	U3	U4	U5	U6	U1	U2
	1	U7	U0	U7	U0	U7	U0
	0	U5	U6	U1	U2	U3	U4

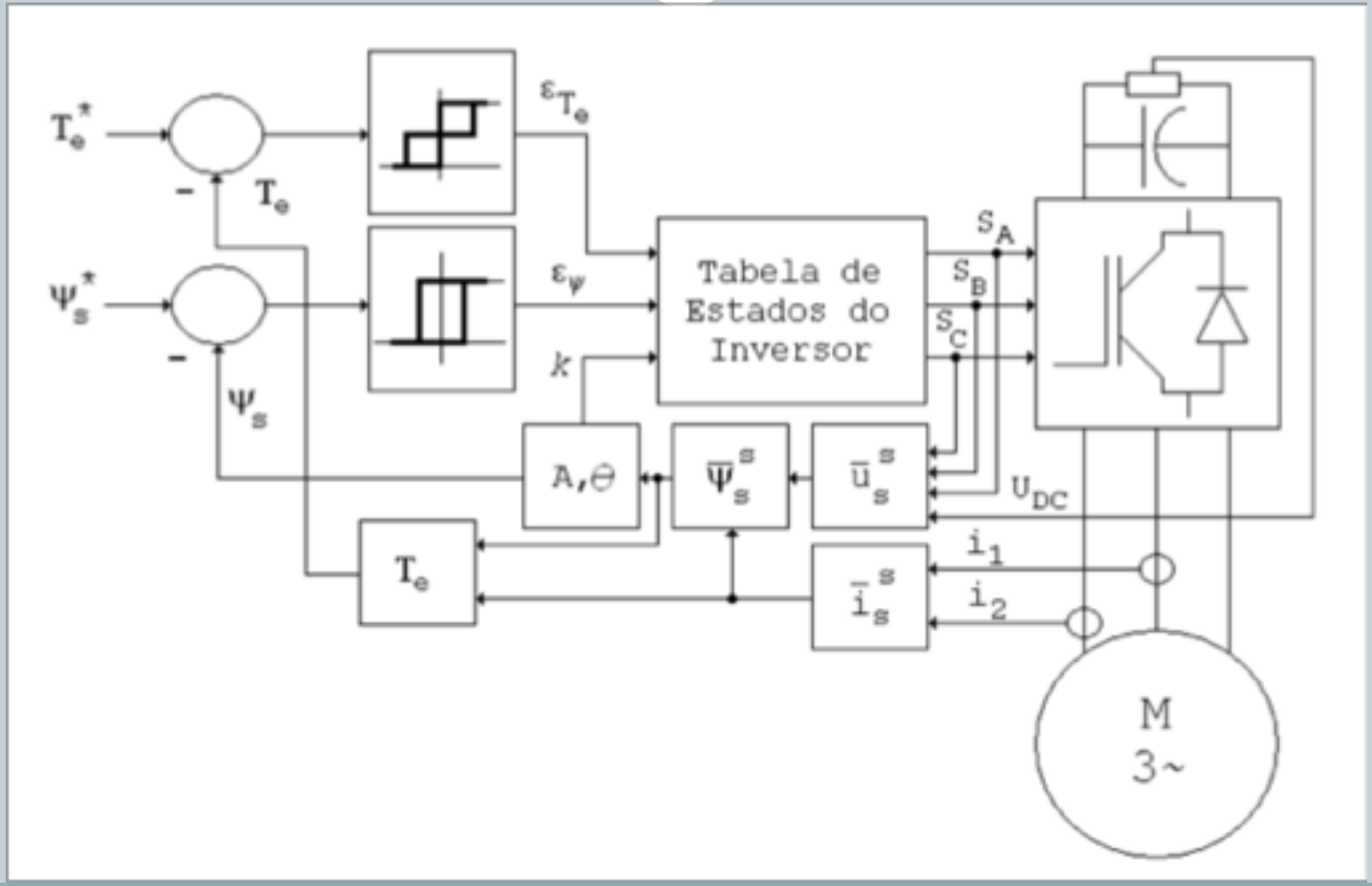
Controlo da máquina assíncrona
DTC– Direct Torque Control

- Um problema associado a esta técnica prende-se com a necessidade de estimação do fluxo e do binário
  - O fluxo pode ser estimado recorrendo à equação estatórica
  - O binário recorrendo ao fluxo e à corrente estatórica

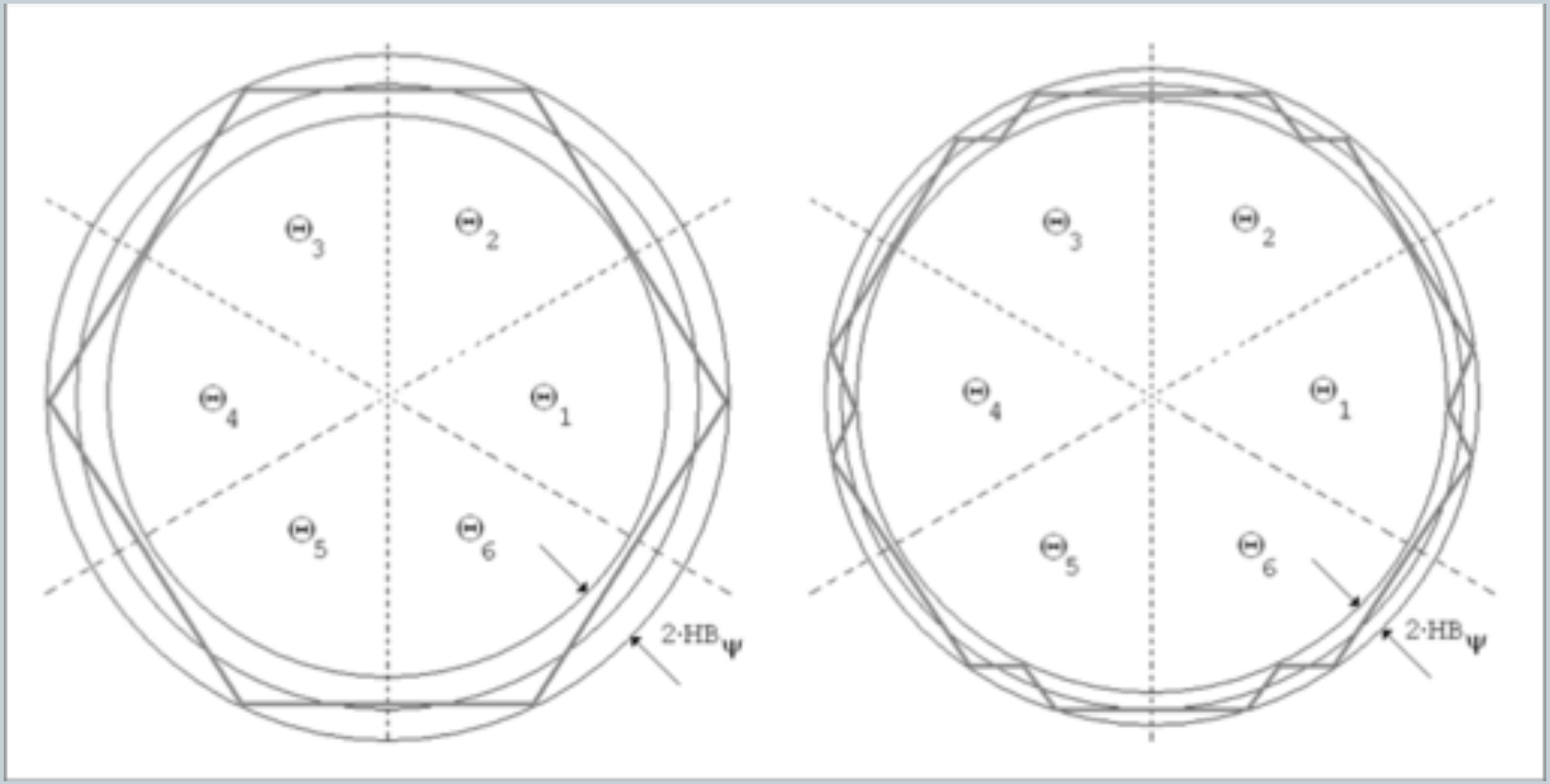
$$\hat{\bar{\psi}}_{sdq} = \int \left(\bar{u}_{sdq} - R_s \bar{i}_{sdq} \right) dt$$

$$\hat{T} = \left(\hat{\psi}_{sd} i_{sq} - \hat{\psi}_{sq} i_{sd} \right)$$

Controlo da máquina assíncrona
DTC– Direct Torque Control



Controlo da máquina assíncrona
DTC– Direct Torque Control



Influência da banda de histerese na frequência de comutação

Controlo da máquina assíncrona
DTC– Direct Torque Control

- Vantagens
  - Permite um simples controlo directo do fluxo estatórico e do binário, por escolha do vector de tensão
  - Semelhante ao controlo de corrente PWM por banda de histerese
  - Não necessita de nenhum sinal de feedback (em particular a velocidade)
  - As correntes são aproximadamente sinusoidais (o fluxo descreve uma trajectória circular)

Controlo da máquina assíncrona
DTC– Direct Torque Control

- Desvantagens
  - Existe ondulação no fluxo e no binário (e na corrente)
  - Apresenta limitações para baixos valores de velocidade (problemas na integração e na estimação – resistência do estator)
  - A frequência de comutação não é fixa (problemas para os interruptores), depende da velocidade e do binário de carga
  - As componentes harmónicas são imprevisíveis, bem como as oscilações de binário

Controlo da máquina assíncrona
DTC– Direct Torque Control

- Considerações
  - Arranque
    - O controlo de binário é lento ou impossível se a máquina não estiver magnetizada (caso particular do arranque)
    - No arranque inibe-se a estratégia de controlo até que o fluxo esteja no seu valor nominal
  - Controlo de velocidade
    - O controlo de velocidade pode ser implementado através de um controlador do tipo PI
    - (entrada = erro de velocidade e saída = valor desejado de binário)
    - O fluxo desejado é mantido no seu valor nominal para velocidades abaixo do sincronismo e diminuido para velocidades acima do sincronismo (enfraquecimento de campo)

Controlo da máquina assíncrona
DTC– Direct Torque Control

